

# Implementacija Lorentzove funkcije u modeliranju reflektancijskoga profila slikovnoga elementa

---

**Petric Maretić, Katja**

**Doctoral thesis / Doktorski rad**

**2013**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Graphic Arts / Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:216:254072>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Graphic Arts Repository](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAFIČKI FAKULTET

Katja Petric Maretić

**IMPLEMENTACIJA LORENTZOVE  
FUNKCIJE U MODELIRANJU  
REFLEKTANCIJSKOGA PROFILA  
SLIKOVNOGA ELEMENTA**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2013.



University of Zagreb

FACULTY OF GRAPHIC ARTS

Katja Petric Maretić

**IMPLEMENTATION OF THE LORENTZ  
FUNCTION IN THE MODELING OF  
IMAGING ELEMENT REFLECTANCE  
PROFILE**

DOCTORAL THESIS

Zagreb, 2013.



Sveučilište u Zagrebu

GRAFIČKI FAKULTET

KATJA PETRIC MARETIĆ

**IMPLEMENTACIJA LORENTZOVE  
FUNKCIJE U MODELIRANJU  
REFLEKTANCIJSKOGA PROFILA  
SLIKOVNOGA ELEMENTA**

DOKTORSKI RAD

Mentor:

Damir Modrić

Zagreb, 2013.



University of Zagreb

FACULTY OF GRAPHIC ARTS

Katja Petric Maretić

**IMPLEMENTATION OF THE LORENTZ  
FUNCTION IN THE MODELING OF  
IMAGING ELEMENT REFLECTANCE  
PROFILE**

DOCTORAL THESIS

Supervisor:

Damir Modrić

Zagreb, 2013.

**UDK BROJ:** 655.3:658.56:535.6

***Povjerenstvo za ocjenu i obranu doktorske disertacije:***

1. prof. dr. sc. Stanislav Bolanča, Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet, predsjednik
2. doc. dr. sc. Damir Modrić, Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet, mentor
3. dr. sc. Robert Beuc, znanstveni savjetnik u trajnom zvanju, Institut za fiziku u Zagrebu, vanjski član
4. izv. prof. dr. sc. Vesna Džimbeg Malčić, Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet, zamjenska članica
5. dr. sc. Mladen Movre, znanstveni savjetnik u trajnom zvanju, Institut za fiziku u Zagrebu, zamjenski vanjski član

***Datum obrane doktorske disertacije:*** 25. veljače 2013.g.

***Mjesto obrane doktorske disertacije:*** Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet

***Povjerenstvo za obranu doktorske disertacije donijelo je sljedeću odluku:***

„Obrabila – jednoglasnom odlukom Povjerenstva“

***Zagreb, 25. veljače 2013.g.***

## SADRŽAJ

SAŽETAK .....	4
<b>1. ZNAČENJE KVALITETE SLIKE.....</b>	<b>10</b>
1.1. Krug kvalitete slike .....	10
1.2. Metrika kvalitete slike .....	11
1.3. Modeliranje kvalitete slike .....	12
1.4. Tiskanje teksta .....	14
1.5. Uvod u mikrostrukturu slike .....	14
<b>2. ODREĐIVANJE FUNKCIJE RAZMAZIVANJA TOČKE I LINIJE.....</b>	<b>18</b>
Općeniti opis osnovnih pojmova .....	19
2.1.1. Funkcija razmazivanja točke (The Point Spread Function – PSF) .....	19
2.1.2. Funkcija razmazivanja linije (The Line Spread Function - LSF) .....	23
2.1.3. Modulacijska prijenosna funkcija (The Modulation Transfer Function - MTF) .....	26
2.1.3.1. Praktična svojstva MTF .....	30
Funkcija razmazivanja (Spread Function) .....	34
Kako funkcija razmazivanja određuje rezoluciju .....	35
Uobičajeni izvori zamućenja (blur) i šuma .....	37
<b>3. GENERIRANJE PSF MONTE CARLO APROKSIMACIJOM.....</b>	<b>40</b>
3.1. Monte Carlo aproksimacija .....	40
3.2. Lansiranje fotonskog paketa .....	46
3.3. Određivanje veličine koraka i kretanje fotonskih paketa .....	46
Apsorpcija i raspršenje.....	47
3.4. Uništenje fotona .....	50
<b>4. KONVOLUCIJA .....</b>	<b>52</b>
4.1. Fourierova transformacija .....	57
4.1.1. Kontinuirana Fourierova transformacija .....	57
4.1.2. Diskretna Fourierova transformacija .....	58
4.1.3. Teorem uzorkovanja (Sampling theorem).....	62

4.1.4.	Spektar snage .....	63
4.1.5.	Osnovne transformacije .....	63
4.2.	Osnovni Fourierovi teoremi .....	66
4.2.1.	Intuitivno objašnjenje Fourierove teorije.....	68
4.2.2.	Viši harmonici.....	74
4.2.3.	Optička Fourierova transformacija .....	77
4.3.	Fourierovo filtriranje.....	79
4.4.	Razmatranje koncepta prostornih frekvencija .....	83
4.5.	Fizika rezolucije .....	90
4.6.	Konvolucijski teorem.....	95
5.	<b>REZULTATI ISTRAŽIVANJA I NJIHOVA VERIFIKACIJA.....</b>	<b>97</b>
5.1.	Cilj istraživanja.....	98
5.2.	Parametri modeliranog papira .....	102
5.3.	Prirast rastertonske vrijednosti – dot gain .....	107
5.4.	Modeliranje funkcije šuma .....	111
5.5.	Određivanje funkcije razmazivanja točke (PSF) modeliranog papira.....	113
5.5.1.	Funkcije gustoće raspodjele.....	118
5.5.1.1.	Gaussova (normalna) raspodjela.....	118
5.5.1.2.	Lorentz – Cauchyjeva raspodjela.....	120
5.6.	Mjerenje i provjera podataka .....	121
5.6.1.	Digitalni tiskarski strojevi korišteni u eksperimentu .....	121
5.6.1.1.	Crno-bijeli digitalni bezvodni ofsetni tisak .....	122
5.6.1.2.	Crno-bijeli digitalni propusni tisak.....	123
5.6.1.3.	Crno-bijeli elektrofotografski tisak s praškastim tonerima .....	123
5.6.1.4.	Crno-bijeli elektrofotografski tisak s tekućim tonerima .....	124
5.6.1.5.	Crno-bijeli inkjet tisak s pigmentiranim bojama .....	124
5.6.2.	Papiri korišteni u eksperimentu .....	125
5.6.3.	Analizator slike Personal IAS.....	126



5.7.	Određivanje reflektancijskog profila i usporedba s mjerenjem .....	128
5.8.	Analiza parametra $w$ .....	135
5.8.1.	Ovisnost $w$ o premazu .....	136
5.8.2.	Ovisnost $w$ o faktoru asimetrije $g$ .....	138
5.8.3.	Ovisnost $w$ o valnoj duljini svjetlosti .....	139
5.9.	Određivanje LSF derivacijom ruba rasterskog elementa .....	141
5.10.	Analiza modulacijske prijenosne funkcije (MTF) dobivenih rezultata .....	149
5.11.	Ovisnost MTF o vrsti papira .....	154
5.12.	Ovisnost o vrsti stroja .....	155
5.13.	Asimetričnost mjerenih LSF .....	158
	<b>ZAKLJUČAK</b> .....	<b>160</b>
	<b>DODATAK</b> .....	<b>165</b>
1.	Funkcija razmazivanja točke .....	165
2.	Parametarski PSF i MTF modeli .....	166
3.	Akaikeov kriterij informacije (AIC) .....	167
	<b>POPIS SLIKA</b> .....	<b>173</b>
	<b>POPIS TABLICA:</b> .....	<b>178</b>
	<b>ŽIVOTOPIS</b> .....	<b>179</b>
	Popis radova .....	179
	<b>LITERATURA</b> .....	<b>181</b>

## SAŽETAK

Temeljem teorijskog opisa podpovršinskog raspršenja svjetlosti u papiru u okviru Monte Carlo simulacije, u radu je analizirana optička komponenta prirasta rastertonske vrijednosti. Rezultati pokazuju da je dobivena teorijska funkcija Lorentzovog oblika, koja opisuje podpovršinsko raspršenje, prepoznata kao funkcija razmazivanja točke, koja se koristi za konvolucijsko modeliranje reflektancijskih profila otisaka. Dobiveni rezultati analizirani su na otiscima koji su generirani na različitim papirima i digitalnim tiskarskim strojevima. Usporedbom mjerenih i računatih reflektancijskih profila otisnute linije i analizom primijenjenih teorijskih modela pokazano je da bolji opis daje funkcija razmazivanja točke koja ima Lorentzovu formu, nego do sada uobičajena Gaussova forma. Time je ujedno pokazana valjanost opisa korištenog u Monte Carlo simulaciji. Ovako dobivena funkcija razmazivanja ovisna je o samo jednom parametru – poluširini profila  $w$ . Utjecaji mnogih faktora (sastav papira, tehnika tiska, valna duljina svjetlosti, premaz, ...) detaljno su teorijski analizirani i uspoređeni s mjerenjima te se pokazuje superiornost opisa korištenjem Lorentzove funkcije. Provjera rezultata načinjena je usporedbom s rezultatima dobivenima gradijentnom metodom koji potvrđuju navedene pretpostavke. Dobiveni zaključci su dodatno potvrđeni analizom reflektancijskih profila u frekvencijskoj domeni.

Ključne riječi: funkcija razmazivanja, konvolucija, modulacijska funkcija, optički prirast rastertonske vrijednosti

## ABSTRACT

This paper analyzes the optical dot gain component based on the theoretical description of subsurface scattering of light in paper within the Monte Carlo simulation. The results indicate that the obtained Lorentz shape theoretical function, which describes subsurface scattering, is recognized as a point spread function which is used for the modeling of the reflectance profile of prints by means of convolution. These results were analyzed on prints generated on different papers and digital printing machines. Comparison of measured and calculated reflectance profiles of printed lines and analysis of theoretical models applied show that the point spread function in Lorentz form provides a better description of the point spread function than the hitherto Gaussian form. This simultaneously shows the validity of the description used in the Monte Carlo simulation. Thus derived the spread function has only one parameter dependence - the profile HWHM  $w$ . The influences of numerous relevant factors (composition of paper, printing technique, wavelength of incoming light, coating ...) were theoretically analyzed in detail and compared with measurements, demonstrating the superiority of the description using Lorentz function. Further confirmation of these assumptions was achieved by comparing the results with the ones obtained by the gradient method. The conclusions were additionally confirmed by the analysis of reflectance profile in the frequency domain.

Key words: spread function, convolution, modulation function, optical dot gain

## UVOD

Vizualni doživljaj je temeljni način na koji ljudi percipiraju svoju okolinu i komuniciraju s njom. Slike koje se generiraju u elektronskom digitalnom formatu postaju nam dostupne putem digitalne kamere, interneta itd. Sa svakodnevnim novim dostignućima i tehnologijama na tržištu, digitalna obrada slike ostaje stalno aktualna tema i obećava da će biti broj jedan još dugo vremena. Kako je digitalna obrada slike prisutna već neko vrijeme, metode se prožimaju gotovo u svakoj grani znanosti i inženjerstva. Dovoljno je samo vidjeti najnovije slike dobivene svemirskim teleskopom ili pročitati o najnovijim primjenama obrade slike u medicini kako bismo bili svjesni te činjenice.

Obrada slike koristi se u širokom spektru aplikacija za dvije različite svrhe:

- poboljšanje vizualnog izgleda slika promatraču, uključujući i njihov ispis i prijenos
- priprema slika za mjerenje značajki i struktura koje otkrivaju

Iako tehnike koje su prikladne za pojedinu svrhu načelno nisu iste, postoji značajno preklapanje. Stoga je važno znati način na koji će se obrađene slike koristiti. U vizualnom poboljšanju, znači da moramo biti upoznatosti i s mehanizmom ljudskog vizualnog procesa i shvaćati na koje elemente gledatelj reagira na slici, jer ljudi primaju većinu informacija o svom okolišu svojim osjetom vida (preko 80%).

Također je korisno znanje o procesu tiska ili prikaza budući da se mnoge slike obrađuju u kontekstu reprodukcije ili prijenosa. Tehnologija ispisa slika značajno je napredovala s utjecajem digitalnih fotoaparata.

Današnja tehnologija omogućuje akviziciju slikovnih podataka, te njihovu računalnu manipulaciju i ocjenu. Ubrzanim tempom, računala postaju sve moćnija i ujedno jeftinija, tako da se pojavljuju i sve moćnije aplikacije za digitalnu obradu slike. Na taj način, obrada slike postaje nezaobilazan alat za analizu slikovnih podataka u svim područjima prirodnih znanosti. Do samo prije nekoliko godina znanstvenici nisu mogli niti sanjati da će digitalna obrada slika biti ključ za proučavanje i rješavanje složenih znanstvenih problema. Vrata su otvorena za novu interdisciplinarnu suradnju računalnih znanosti s odgovarajućim istraživačkim područjima.

Mjerenje koje vršimo na slikama često je glavna metoda za stjecanje znanstvenih podataka i, općenito, zahtijeva da značajke ili strukture budu dobro definirane, bilo rubovima,

jedinstvenom svjetlinom, bojom, teksturom, ili nekom kombinacijom ovih čimbenika. Vrste mjerenja koja se mogu primijeniti na cijele scene ili na pojedine značajke važne su u određivanju odgovarajućih koraka za dalju obradu.

Uvijek treba imati na umu da obrada slike ne smanjuje količinu prisutnih podataka, već ih jednostavno preslaguje. Neke postavke mogu biti privlačnije osjetilima, dok neke mogu prenijeti više značenja, međutim ova dva kriterija se nužno ne preklapaju i ne zahtijevaju identične metode i pristupe.

Naglasak tijekom rada stavljen je na objašnjavanje i ilustrirajuće metode koje se mogu lako i jasno razumjeti, umjesto inzistiranja na strogoj matematici koja opisuje prikazane metode. Uz napredak u računalnoj brzini i snazi, trikovi i aproksimacije u potrazi za većom efikasnošću nisu više toliko važni kao što su nekad bili, već se primjeri temelje na točnim primjenama metoda s punom preciznošću, a općenito se mogu provesti na današnjim osobnim računalima. Stvaranje tiskane slike npr. za korištenje kao ilustracije u raznim publikacijama, važno je za mnoge korisnike opreme za obradu slike. Također je obično važno pohraniti slike, tako da se mogu kasnije ponovo dohvatiti i, na primjer, usporediti s novima ili prenijeti drugom. Obje od tih aktivnosti su neophodne jer je rijetko moguće komprimirati sliku na kompaktni verbalni opis ili niz mjerenja koja će priopćiti nekom drugom ono što smo vidjeli ili vjerujemo da je važno na slici. Ustvari, često je vrlo teško privući tuđu pozornost na određene detalje ili opću strukturu koja može biti prisutna na slici za koje vjerujemo da su značajne karakteristike. Suočeni s nemogućnošću pronalaska pisane riječi ili brojeva posizemo za prikazom slike, uz možda neki komentar.

Generiranje i akvizicija digitalnih slika postala je više od popularne razonode u suvremenoj kulturi. Osobna računala, uz obilje ručnih elektroničkih uređaja, postala su uobičajeni način komunikacije za sve veće dijelove stanovništva. Digitalni fotoaparati i telefoni-kamere napravili su akviziciju, obradu i dijeljenje fotografija gotovo trenutačnima, čime digitalne slike postaju zajednička komponenta hi-tech komunikacije. Izdavači tiskanog i web materijala ovise o kvaliteti i dostupnosti svojih slika. Pozornost na detalje o tome kako se stvara slika, kako je pohranjena, tko će se njome koristiti ili pristupiti joj, te način kako će to uraditi, od presudne je važnosti za uspješno digitalno snimanje. Razumijevanje tih podataka također može biti korisno za prosječnog potrošača koji samo želi snimati slike, te ih poslati prijateljima, ili ih postavljati na web stranicama.

Digitalni tisak naširoko se koristi zbog svoje niske cijene i prihvatljive kvalitete slike. Kad se otisne točka na papiru, postaje važan fenomen koji se naziva prirast rastertonske vrijednosti

(dot gain), jer je stvarna veličina raterske točke na papiru veća od njenog digitalnog originala. To bitno utječe na oštrinu, ton i boju reprodukcije tiskane slike. Postoje dvije vrste prirasta: mehanički i optički, koji su uzrokovani lateralnim širenjem tinte u papiru, odnosno raspršenjem svjetlosti u papiru.

Kod otisnutih slika, papirna podloga djeluje kao slikovni sustav. Može se smatrati da se reprodukcija slike sastoji od dva dijela. Kao prvo, slika je formirana na podlozi (ulazna slika), a zatim je slika detektirana od optičkog sustava (slika promatrana u reflektiranoj svjetlosti - izlazna slika). Raspršenje svjetlosti u papiru može utjecati na tonske karakteristike otisnute rastertonske reprodukcije (slike). Potrebno je reći da u radu pod pojmom slike podrazumijevamo otisak koji sadrži i slike i tekst, te ostale elemente koji čine cjelinu jednog otiska. Rastertonska slika je formirana varijacijama u prosječnoj refleksiji, koja se određuje prema veličini otisnutog rastertonskog elementa. Migracija fotona u papiru s neobojanih na obojana područja pokazuje tendenciju povećanja apsorpcije fotona i tako smanjuje refleksiju s otisnutih rastertonskih elemenata – rastertonski element postaje zapravo veći od svoje fizičke veličine. Ovaj efekt je poznat kao optički prirast rastertonske vrijednosti (dot gain) ili Yule-Nielsonov efekt. Lateralno raspršenje svjetlosti u papiru ima vrlo velik utjecaj na boju i ton reprodukcije. Stupanj optičkog prirasta rastertonske vrijednosti ovisi o udaljenosti koju fotoni prolaze u papiru, što opet ovisi o karakteristikama raspršenja i apsorpcije u papiru, postojanju ili odsutnosti završnog premaza papira, debljini papira, odnosno, kako će biti pokazano, i o tehnici ispisa. Veličina efekta određena je modeliranjem podpovršinskog raspršenja svjetlosti pomoću Monte Carlo metode. Metoda je pokazala da sustav papir-bojilo ima neke karakteristike koje ostali sustavi ne pokazuju. Utjecaj papira je prikazan teorijski funkcijom razmazivanja točke (point spread function), što je uvjetovana funkcija gustoće vjerojatnosti koja karakterizira migraciju fotona u papiru. Korištenjem Monte Carlo metode dobivena je funkcija razmazivanja točke koju možemo aproksimirati Lorentzovom funkcijom, za razliku od dosadašnjih opisa koji su koristili Gaussovu funkciju. U radu je opisan značaj funkcije razmazivanja točke kao konvolucijskog kernela. Korištenjem funkcije razmazivanja točke koja ima Lorentzovu formu izračunati su konvolucijski integrali koji daju reflektancijski profil otisnutih linija. S obzirom na to da se prilikom izračunavanja tih integrala koristi Fourierova transformacija, u radu je dat sažeti prikaz Fourierovih tehnika i njihova primjena u analizi i obradi slike. Usporedbom s mjerenim profilima tako dobiveni profili pokazuju značajno slaganje. Kako se najviše detalja pokazuje na samom rubu linije, fokusirali smo se

na njegovu analizu. Korištenjem metode derivacije reflektancijskog profila usporedili smo dobivene funkcije razmazivanja.

Rezultati dobiveni primijenjenim modelom ukazuju na to da pomoću njih možemo s priličnom vjerojatnošću dati tumačenje optičkog prirasta rastertonske vrijednosti. Pokazano je da se optički prirast rastertonske vrijednosti može povezati s jednim numeričkim parametrom. Koristeći funkciju razmazivanja točke pokazali smo kako se ovaj parametar odnosi na neke fizikalne veličine koje karakteriziraju papir.

## 1. ZNAČENJE KVALITETE SLIKE

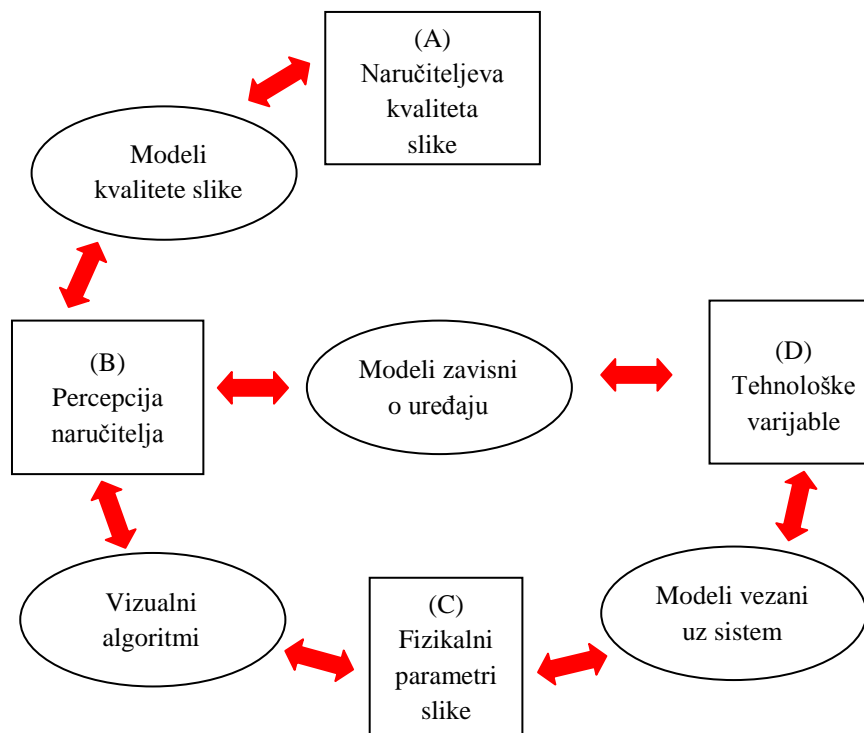
Ovo se poglavlje fokusira prvenstveno na one značajke tiskarskih sustava koje imaju značajan utjecaj na vizualnu kvalitetu tiskanih slika. Karakteristike kao što su apsorpcijski spektar tiskarskih boja, gama fotokonduktora, satelitske kapi kod inkjet tiska, itd. primjeri su karakteristika sustava koji utječu na kvalitetu slike. Odnos karakteristika sustava ove vrste i konačne kvalitete tiskanih slika od velike je praktične važnosti, ali nije uvijek lako kvantificirati taj odnos. Pojam kvalitete slike koristi se na mnogo različitih načina tako da je korisno prvo razmotriti različite prilike u kojima se taj pojam koristi.

### 1.1. Krug kvalitete slike

Mnoge su različite tehnologije razvijene u komercijalno uspješne tiskarske sustave. Iako se tradicionalne tiskarske tehnologije i novije digitalne tehnike značajno razlikuju u načinu na koji se kolorant aplicira na papir, svim je tim različitim tehnologijama zajedničko dvoje: svi oni proizvode tiskane slike visoke kvalitete i to rade po niskoj proizvodnoj cijeni. Bez obzira na to što su mnoge druge tehnologije stavljanja koloranta na papir razvijene i opisane u literaturi, samo one koje su kvalitetne i ekonomične ujedno su i komercijalno uspješne. Dakle, u grafičkoj su industriji i kvaliteta i ekonomičnost teme bitne za razumijevanje. Značenje pojma ekonomičnosti jednostavno se shvaća, jer je sama po sebi ekonomičnost kvantitativna kategorija, dok pojam kvalitete slike ima kompleksnije značenje i teže se izražava kvantitativnim parametrima. Kako je kvaliteta slike integralna percepcija izvrsnosti slike<sup>2</sup>, očigledno je da mjerenje kvalitete slike uvodi ljudski faktor. Poteškoće nastaju zbog subjektivnog načina kojim se potrošači koriste i opisuju kvalitetu tiskanih slika. Ipak, ako se u procesu tiska potrošaču ne osigura dovoljna kvaliteta, bez obzira na našu sposobnost razumijevanja i kvantificiranja, proces ispisa neće komercijalno preživjeti. Ukupna se kvaliteta slika tako posredno mjeri komercijalnim uspjehom tiskarskog procesa. Da bi se predvidjela kvaliteta slike, a time i komercijalan uspjeh, mjere se oni parametri za koje se vjeruje da mogu poslužiti kao korisna metrika kvalitete. Odnos između ukupne kvalitete slike i različitih vrsta metrika može se prikazati tzv. Engeldrumovim krugom kvalitete slike<sup>1,2</sup>. Važno je istaći da se taj koncept bazira na prosudbi kvalitete slike, a ne na mišljenju o slici ili dopadljivosti slike, što znači da različite skupine promatrača mogu odrediti kvalitetu slike podjednako. Različiti tipovi metrika kvalitete slika predstavljeni su pravokutnicima, a odnosi



između tipova metrike su predstavljani ovalima.



Slika 1: Krug kvalitete slike, modificirani dijagram koji je objavio P.G. Engeldrum<sup>1,2</sup>

## 1.2. Metrika kvalitete slike

Za ukupnu kvalitetu slike, predstavljene okvirom (A) na slici 1, općenito se vjeruje da je sastavljena od skupine perceptivnih atributa predstavljenih okvirom (B). Primjeri ovih komponentnih atributa su obojenje (colorfulness), oštrina, zrnatost, zasićenje, itd. Te pojedinačne osobine mogu se eksperimentalno kvantificirati poznatim tehnikama psihofizičkog testiranja<sup>1</sup>. Dakle, ti atributi mogu se izraziti kao jednoznačni, kvantitativno mjerljiva metrika. Na primjer, od skupine promatrača može biti zatraženo da procijeni relativni stupanj zrnatosti, obojenje ili oštrinu ispitnih slika u setu. Odgovarajuće dizajnirana testiranja mogu dovesti do numeričke skale zrnatosti, obojenja, itd. Te se karakteristike u engleskom govornom području nazivaju zajedničkim imenom *nesses* (što je množina engleskog imeničkog nastavka *-ness* za tvorbu imenica od pridjeva) kako bi se istakla

perceptivna za razliku od fizičke prirode tih atributa. Da bi se odredio odgovarajući hrvatski termin za *nesses*, treba odabrati primjeren tvorbeni nastavak za tvorbu imenica od pridjeva, npr. –ost (hrapav – hrapavost, zrnat- zrnatost, sjajan – sjajnost, točan – točnost, linearan – linearnost), -ina (oštar – oštrina, bistar – bistrina) , -oća (slijep – sljepoća, gust – gustoća), itd. U ovom radu u daljnjem će se tekstu upotrebljavati kao najopćenitiji termin *osti* namjesto engleskog *nesses*.

Set ispitnih slika također može biti karakteriziran raznim instrumentalnim mjerenjima. Ova mjerenja pružaju fizikalne parametre slike prikazane okvirom (C). Primjeri mogu uključivati refleksijski spektar, spektar snage šuma, histogram slike, itd. Iz ovih funkcija, mogu se izdvojiti pojedinačni podatci kao što su  $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$ , kontrast, rezolucija, zrnatost, itd. Treba imati na umu da fizikalni parametri slike nisu direktna mjera kvalitete slike.

Okvir (D) predstavlja tehnološke varijable koje se nazivaju parametri uređaja (npr. pisača). To su parametri koji opisuju rad ispisnog uređaja, te u konačnici kontroliraju karakteristike slike u okviru (C). Primjeri varijabli i funkcija uređaja koje sadrže varijable uređaja mogu uključivati MTF uređaja, hrapavost papira, koncentraciju obojenja, gama uređaja<sup>i</sup>, itd. To su varijable nad kojima proizvođači tiskarskih strojeva i tiskare imaju neku kontrolu, no kako tehnološke varijable pridonose kvaliteti slike na kompleksan način uobičajeno je traženje optimalnih vrijednosti seta varijabli koje će osigurati najvišu kvalitetu tiskanih slika. Odnos između varijabli ispisnog uređaja (okvir (D)) i ukupne kvalitete slike (okvir (A)), te odnos između bilo koja dva okvira na Slika 1 nazivaju se modeli kvalitete slike. Različite vrste modela kvalitete slike prikazani su ovalima.

### 1.3. Modeliranje kvalitete slike

Svaki oval na Slika 1 predstavlja drugu vrstu modela kvalitete slike za procjenu parametara u jednom okviru temeljen na parametrima u drugom okviru.

*Modeli zavisni o uređaju ( $D \rightarrow B$ ):* Modeliranje odnosa između *osti* i tehnoloških varijabli nazvano je modeliranje zavisno od uređaja<sup>3,4</sup>. Ovaj tip modeliranja je posebno važan kad se uređaj mora ugoditi za pružanje najviše kvalitete tiska u najkraćem roku. Moćna tehnika za gradnju takvog modela je primjena empirijskih tehnika nazvana statistički eksperimentalni

---

<sup>i</sup>Gama odnosno gama krivulja opisuje gradijent svjetline od tamnih do svijetlih tonova u RGB prostoru boja. Što je vrijednost game veća to su na uređaju tamnije reproducirani srednji tonovi.

dizajn<sup>5</sup> u kojem sve relevantne varijable tiskovnog sustava (gustoća tinte, gama fotokonduktora, vrste papira, brzina ispisa, temperatura taljenja tonera, itd.) variraju u svim relevantnim kombinacijama. Za svaku kombinaciju varijabli, generira se otisak koji ocjenjuje promatrač u psihofizičkom eksperimentu da bi se odredio skup perceptivne metrike (oštrina, obojenje, zrnatost, i sl.). Tada se provodi statistička optimizacija da bi se utvrdile vrijednosti varijabli uređaja koje daju najbolji skup perceptivnih vrijednosti, ili osti. Ova vrsta modeliranja zavisnog od uređaja efikasan je način za baždarenja uređaja za dobivanje najbolje kvalitete u najkraćem vremenu. . To je savakako svrsishodno no ne pruža puno smjernica u razumijevanju temeljne prirode kvalitete slike. Prema tome i druge su vrste modela kvalitete slike također važne.

*Modeli vezani uz sustav ( $D \rightarrow C$ ):* svojstva sustava ispisa izravno nadziru svojstva slike koju proizvode. Tako, na primjer, promjene u gama fotokonduktora u laserskom pisaču mogu promijeniti razlučivost slike tiskane tim pisačem. Važno je za specijaliste razvoja proizvoda da razumiju odnos između tehnoloških varijabli i svojstava otisnute slike. Modeli koji se odnose na ove metrike također su korisni za rješavanje tehničkih problema ispisnog sustava.

*Vizualni modeli ( $C \rightarrow B$ ):* slike mogu biti karakterizirane različitim instrumentalnim tehnikama. Uobičajeni primjeri su refleksijska spektroskopija, kolorimetrija, analiza histograma, mikrodensitometrija, goniofotometrija, itd. Eksperimentalna metrika izvedena iz ovih mjerenja često se naziva objektivnom metrikom kvalitete i često je korelirana rezultatima psihofizičke analize. Ova vrsta modela ne ovisi o svojstvima uređaja za obradu slike i uključuje samo mjerljiva svojstva slike. Iz tog se razloga modeli ove vrste ponekad nazivaju modeli neovisni o uređaju<sup>5</sup>.

Kombinacijom vizualnog modela ( $C \rightarrow B$ ) s modelima sustava ( $D \rightarrow C$ ) dobiva se kvantitativna veza između percepcijskih osti za sliku i temeljnih tehnoloških varijabli koje kontroliraju uređaj za generiranje slike. Prednosti takvog dvostepenog modela su jasne, ali postizanje dobrih, prediktivnih modela ove vrste izazovno je i dugotrajno.

*Modeli kvalitete slike ( $B \rightarrow A$ ):* Modeliranje ukupne kvalitete slike na osnovi seta perceptivnih osti u okviru (B) izazov je koji je još uvijek glavna tema istraživanja među znanstvenicima koji se bave generiranjem i obradom slike, eksperimentalnim psiholozima i tržišnim analitičarima. Kako još nije razvijeno općenito zadovoljavajuće rješenje, glavna tehnika određivanja kvalitete još uvijek je empirijski sistem pokušaja i pogreške.

#### **1.4. Tiskanje teksta**

Postizanje visoke razine slikovne kvalitete teksta nije trivijalno, stoga i karakteristike tiskovnog sustava koje utječu na slikovnu kvalitetu teksta također igraju ključnu ulogu u kvaliteti slike. Osim toga, u sustavu koji stavlja naglasak na kvalitetan ispis teksta, kvaliteta slika često je nezadovoljavajuća, što dovodi do potrebe za kompromisom između kvalitete teksta i slike.

Općenito, tekstualni znakovi moraju imati visoku gustoću u odnosu na podlogu, moraju imati oštre rubove, serifi i druge fine pojedinosti moraju biti kvalitetno reproducibilni, razlike sjaja između tiskanih i netiskanih područja treba svesti na minimum te ne bi trebalo biti zaostalog koloranta između znakova. Ti se zahtjevi čine očevidnima, ali udovoljavanje tim zahtjevima nije trivijalna stvar. Štoviše, težnja i postizanje sve više kvalitete slike dovelo je do ukupnog povećanja očekivanja potrošača u odnosu na kvalitetu tekstualne slike. Tijekom 1970-ih, mjerilo kvalitete teksta je pisaci stroj. Poboľšanja kvalitete ribona i uvođenje električnih pisaaćih strojeva podigli su razinu kvalitete tekstualne slike. Razvoj računalnog stolnog izdavaštva i tiskanje tijekom 1980-ih podigli su razinu još i više. Rani pisaaći su matrični što utječe na sposobnost kvalitetnog ispisa pisaaća, ali je uvođenje inkjet i laserskih pisaaća ubrzo pokazalo sposobnost realizacije kvalitetnog ispisa. Do kraja 1980-ih, stolni pisaaći postali su dostupni za rutinsku upotrebu i daju ispise koji se gotovo ne razlikuju od mnogih ofset litografskih otisaka.

#### **1.5. Uvod u mikrostrukturu slike**

Mikrostruktura slike je naziv za dio slikovne znanosti koja se bavi mikroskopskim sastavom slike. Ona se bavi najmanjim elementima slike ili slikovnog sustava te proučava kako njihova svojstva utječu na ukupnu kvalitetu slike<sup>6</sup>.

Primjeri najmanjih elemenata različitih vrsta slika i slikovnih sustava su zrnca srebra, čestice tonera, kapljice tinte, ćelije s tekućim kristalom, točkice na monitoru, CCD-i, fotoni svjetlosti, itd. Prolaskom kroz slikovni lanac od akvizicije slike do slikovnog izlaza, uključeni su razni mikroelementi od kojih svaki može pridonijeti konačnoj kvaliteti slike.

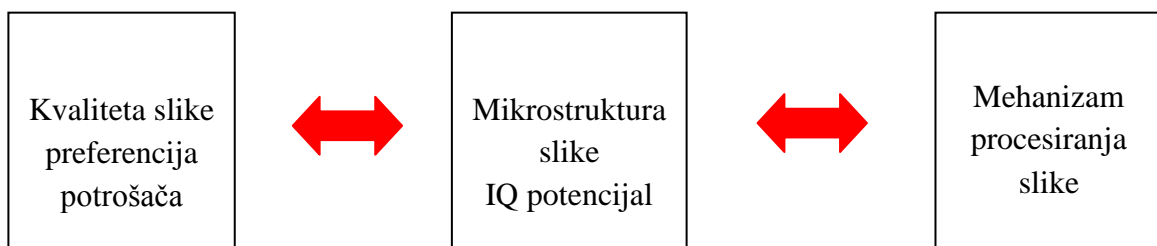
Kvalitetu slike u konačnici određuju dva faktora. Prvi je prijenosna funkcija tona - TTF (Tone Transfer Function) slikovnog sustava koji stvara sliku dok je drugi faktor koji određuje kvalitetu slike prostorna karakteristika slike.

Iako je kvaliteta slike (IQ) subjektivan pojam, potencijal sustava da dobije kvalitetnu sliku može se definirati objektivno i eksperimentalno mjeriti. Primarna briga u proučavanju slikovne mikrostrukture je analiza potencijala slikovne kvalitete.



Slika 2: Shematski prikaz međuovisnosti kvalitete slike i mikrostrukture slike.

Nadalje, proučavanje mikrostrukture slike važno je jer pruža koristan uvid u temeljne mehanizme obrade slike i procese stvaranja slike. To je, naravno, od interesa za kemičare, fizičare i inženjere koji su uključeni u razvoj slikovnih sustava. Razumijevanje načina kako mehanizam stvaranja slike upravlja mikrostrukturama slike pruža uvid u načine za poboljšanje kvalitete sustava kontrolom mehaničkih varijabli sustava.



Slika 3: Međudjelovanje kvalitete slike i mikrostrukture slike proteže se i na mehanizam procesiranja slike.

Proučavanje mikrostrukture slika može se podijeliti na dvije teme<sup>7</sup>. Prva je rezolucija slike, a druga je šum slike. Primjer loše rezolucije je fotografija snimljena kamerom koja je izvan fokusa, kao što je prikazano na slici 4(A). Primjer izraženog šuma je jako zrnata kopija fotografije kao što je prikazano na slici 4(C).



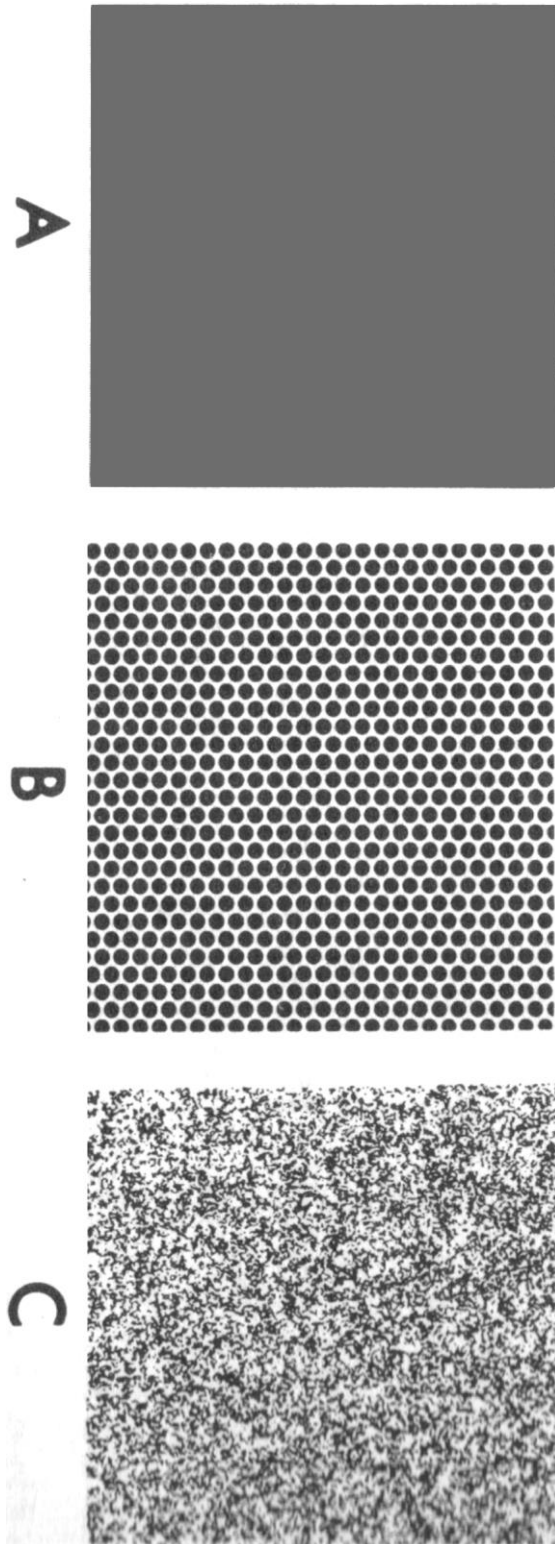
(A) izvan fokusa

(B) originalna slika

(C) slika s izraženim šumom

Slika 4: Primjeri rezolucije, odnosno šuma fotografije

Potencijal kvalitete slike može se izgubiti ili gubitkom rezolucije (izvan fokusa) ili povećanjem šuma (zrnatosti). Istovremeno poznavanje rezolucije i karakteristike šuma slike može dati informacije o IQ potencijalu. Kao što će se kasnije raspravljati, rezolucija slike, zrnatost slike, i ukupni potencijal kvalitete slike aproksimirani su i mjereni na više načina uz pomoć nekoliko različitih metrika. Proučavanje mikrostrukture slika je studija o tome kako se mjere ove metrike, kako se odnose na kvalitetu slike i kako su uređeni osnovni mehanizmi slikovnog procesa.



Slika 5: Ilustracija različitih detalja na slici koje smatramo mikrostrukturom slike ( Preuzeto iz -"Image Microstructure", M.A. Kriss, Ch. 21, Theory of the Photographic Process, T.H. James, 4th Edition, p. 614, Fig. 21.60)

## 2. ODREĐIVANJE FUNKCIJE RAZMAZIVANJA TOČKE I LINIJE

Istaknute značajke slike koje potječu od lokalnih promjena intenziteta ili boje, kao što su rubovi i konture, od velike su važnosti za vizualnu percepciju i interpretaciju slika. Smatra se da je percipirana količina informacija na slici izravno povezana s prepoznatljivošću sadržanih struktura i diskontinuiteta. Izgleda da su strukture poput ruba i konture tako važne za naš ljudski vizualni sustav da je dovoljno samo nekoliko linija u karikaturi ili ilustraciji za nedvosmislen opis objekta ili prizora. Stoga ne čudi da je poboljšanje i detekcija rubova tradicionalna i važna tema u obradi slike.

Jedna od najvažnijih temeljnih operacija slikovne analize je detekcija ruba. Rubovi su često važne indicije prema analizi i interpretaciji slikovne informacije, kako u slučaju biološkog vida tako i u računalnoj analizi slike. Neke vrste sposobnosti detekcije ruba prisutne su u vizualnim sustavima različitih bioloških vrsta, pa očito koriste njihovoj sposobnosti da percipiraju svoje okruženje.

Za raspravu, važno je definirati što se podrazumijeva pod pojmom ruba. Svakodnevni pojam ruba obično se odnosi na fizičku kategoriju te je uzrokovan bilo oblicima fizičkih objekata u tri dimenzije ili inherentnim svojstvima materijala od kojih su objekti napravljeni. U geometrijskom smislu postoje dvije vrste fizičkih rubova: (1) skup točaka duž kojeg je nagla promjena u lokalnoj orijentaciji fizičke površine i (2) skup točaka koje opisuju granicu između dviju ili više materijalno različitih područja fizičke površine. Većina naših perceptivnih osjetila, uključujući vid, radi na daljinu i skuplja informacije pomoću receptora koji rade većinom u dvije dimenzije. Samo je osjet dodira, koji zahtijeva izravan kontakt kako bi došlo do stimulacije kožnih senzora za tlak, u stanju neposredno percipirati objekt u trodimenzionalnom (3D) prostoru. Međutim, neki fizički rubovi druge vrste ne mogu se osjetiti dodirom, jer razlika materijala, npr. različite boje površine, ne proizvodi uvijek različite taktilne senzacije.

Proces akvizicije slike inherentno obavlja projekciju iz 3D prostora na dvodimenzionalni (2D) prikaz te scene, ovisno o poziciji uređaja za akviziciju (npr. fotoaparat). Zbog toga procesa projekcije, rubovi na slikama imaju nešto drugačije značenje nego fizički rubovi. Iako precizna definicija ovisi o kontekstu primjene, rub se općenito može definirati kao granica ili linija koja razdvaja susjedne slikovne regije koje imaju relativno različite karakteristike prema nekim značajkama od interesa. Najčešće je ova značajka razina sive ili svjetline, ali može biti i neka druga, kao što je refleksija, boja ili tekstura. U situaciji u kojoj je osvjetljenje najčešće

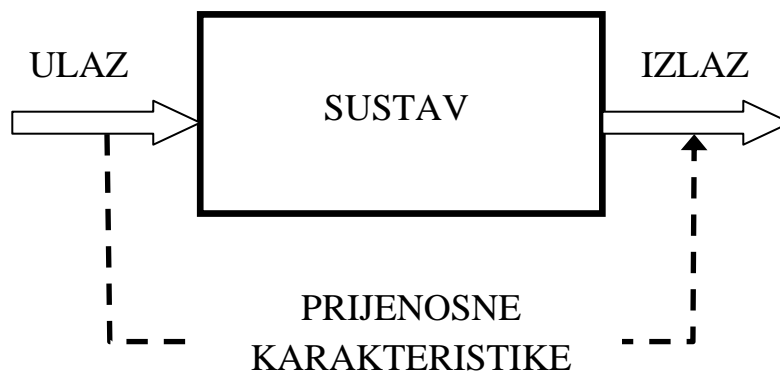


od primarnog interesa, pikseli ruba su oni gdje dolazi do nagle promjene razine sive. Da bi se uklonio šum koji dolazi od usamljenih piksela koji zadovoljavaju gornji kriterij (tzv. single-point impulse), obično se zahtijeva da se rub drži duž kontura, tj. točka ruba mora biti dio ruba strukture. Detekcija ruba je postupak utvrđivanja koji su pikseli rubni, a rezultat procesa detekcije ruba obično je obris ruba.

## Općeniti opis osnovnih pojmova

### 2.1.1. Funkcija razmazivanja točke (The Point Spread Function – PSF)

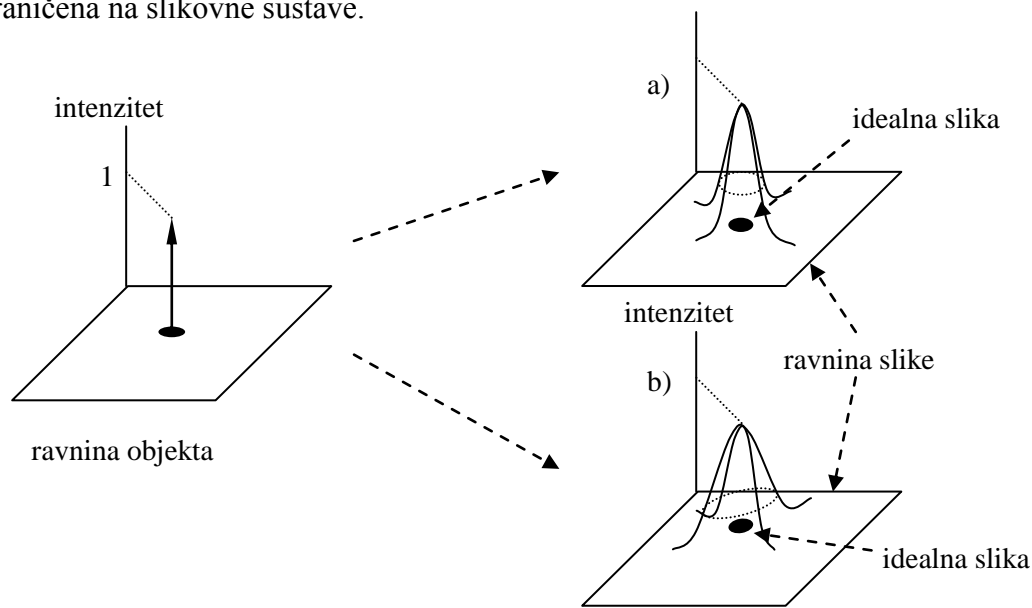
U analizi fizikalnog sustava, metode teorije komunikacija koriste se za određivanje performanse sustava kao aktivne komponente u pretvaranju unosa u sustav u izlaz iz sustava. Cilj teorije komunikacije nije istražiti u detalje unutrašnjost sustava nego karakterizaciju sustava konačnim uspostavljanjem opće ovisnosti izlaza o ulazu. Kao što je naznačeno na slici 6, problem se može navesti na sljedeći način: za danu crnu kutiju (sustav), utvrđuju se prijenosne karakteristike, tako da se izlazni rezultat, za bilo koji zamisliv ulaz, može jedinstveno predvidjeti.



Slika 6: Shematski prikaz pretvarača s pozicije teorije prijenosa komunikacija

Praktična važnost poznavanja svojstava sustava prijenosa je očigledna. Na primjer, ako je sustav odašiljač zvuka, poznavanjem prijenosnih svojstava odašiljača može se predvidjeti vjernost izlaza. U slučaju slikovnog sustava pogoršanje slike bilo kojeg objekta može biti

unaprijed određeno poznavanjem prijenosnih svojstava tog sustava. Izlaganja će biti ograničena na slikovne sustave.



Slika 7: Point spread funkcija (PSF) je slika točkastog izvora (strelica) jediničnog intenziteta: a) izotropni sustav, b) neizotropni sustav.

Slika 7 prikazuje tipičnu situaciju za slikovni sustav. Slika točkastog izvora razmazana je u nekom stupnju degradacije zbog šuma slikovnog sustava (npr. nesavršenost leće oka). Matematička točka svjetlosti u ravnini objekta, u ravnini se slike razmaže te formira konačnu površinu. Ako bi točkasti ulaz bio predstavljen jednim pikselom na idealnoj slici, on će se na realnoj slici reproducirati drukčije. Za izotropne sustave obično će intenzitet u središtu biti maksimalan i radijalno će padati od centra.

Proučavanje takvih slikovnih sustava obično se svodi na istraživanje sustava s idealnim svojstvima linearnosti i invarijantnosti (izoplanarnosti). Svojstvo linearnosti prijenosnog sustava dvojako je, tj. odnosi se na zbrajanje i množenje konstantom. Prva je karakteristika ta da je slika zbroja jednaka zbroju slika, tj. ako se objekt na ulazu podijeli na diskretne točkaste objekte, ukupna slika na izlazu odgovara zbroju zasebnih slika svake točke.

$$S(A + B) = S(A) + S(B)$$

Druga je karakteristika linearnosti ta da je slika objekta pomnoženog konstantom na ulazu jednaka slici objekta pomnoženoj istom konstantom.

$$S(kA) = kS(A)$$

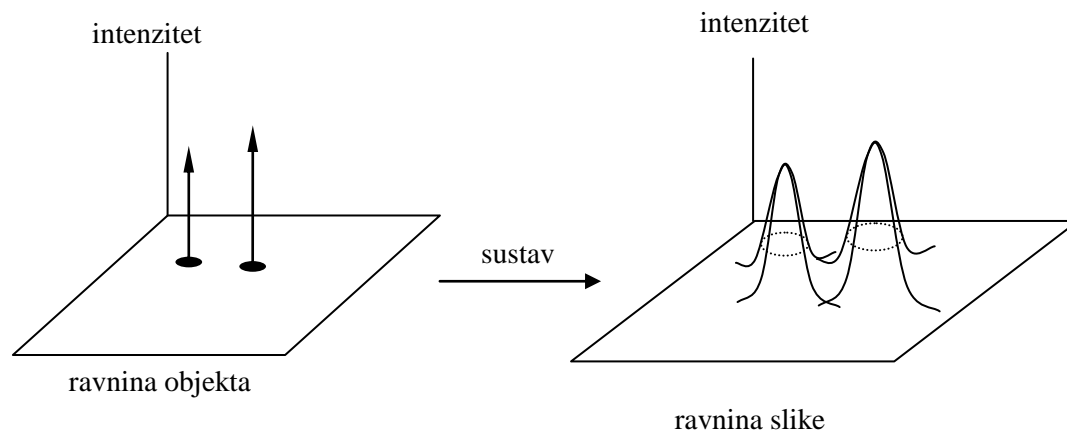
Svojstvo invarijantnosti prijenosnog sustava zahtijeva da slika točke zadržava svoj oblik kako se točkasti predmet premješta u objektnoj ravnini. Ovo svojstvo naziva se i *izoplanarnost*. Često ovaj uvjet nije ispunjen u cijeloj ravnini slike. U tom se slučaju ravninu slike može rastaviti na izoplanarne komadiće (krpice) preko kojih se oblik slike točke ne razlikuje značajno. Pritom oblik slike točke varira od krpice do krpice. Radi jasnoće rasprave ograničit ćemo se na sustave koji su izoplanarni u cjelini, odnosno, dobiveni zaključci mogu se tada primijeniti unutar svake izoplanarne krpice u sustavima koji nisu izoplanarni u cjelini.

Svojstvo izoplanarnosti omogućuje nam definiranje jedinstvene karakteristike slikovnog sustava koja se zove *funkcija razmazivanja točke* sustava (PSF) i definirana je kao raspodjela intenziteta zračenja slike beskonačno malog otvora. U savršenom slikovnom sustavu energija zračenja koje potječe od točkastog izvora u objektnoj ravnini bit će skoncentrirana u točki u ravnini slike, idealna slika točke. U realnim sustavima optičke nepravilnosti rezultiraju razamazivanjem energije oko idealne točkaste slike i, stoga, neoštrom slikom točkastog izvora. PSF opisuje odziv slikovnog sustava za točkasti ulaz i daje mjeru ove neoštosti. Na slici 7 prikazan je jedinični točkasti izvor kao štapić jedinične duljine koji stoji na objektnoj ravnini i PSF kao grba na ravnini slike. Kao što je shematski naznačeno na slici 7, PSF je općenito nesimetrična. Za neke sustave, međutim, PSF ima rotacionu simetriju kao što je prikazano na slici 7 a). Sustavi ove vrste nazivaju se *izotropni*. Svojstvo izotropnosti rezultira jednostavnim opisom prijenosnih karakteristika sustava. Iz navedenog je vidljivo da je PSF točke ustvari prijenosna karakteristika sustava za određeni ulaz koja daje jedinstveni odnos između jediničnog točkastog izvora kao ulaza i odgovarajućeg izlaza. Pokazat ćemo da PSF ima mnogo šire značenje za linearne sustave.

Iz prvog svojstva u vezi s ranije opisanom linearnošću sustava slijedi da, ako se proizvoljni broj jediničnih točkastih izvora nalazi u ravnini objekta, svaki od njih će biti preslikan neovisno od drugih kao PSF u ravnini slike. Ukupna slika svih jediničnih točkastih izvora je jednostavno zbroj svih odgovarajućih PSF preko ravnine slike. To je poznato kao princip superpozicije linearnog slikovnog sustava.

Iz drugog svojstva linearnih sustava slijedi da, ako se intenzitet jediničnog točkastog izvora pomnoži s nekom konstantom, tada će odgovarajuća PSF biti pomnožena s istom konstantom. Ovo svojstvo u vezi s načelom superpozicije dovodi do zaključka da, ako se ulaz sastoji od polja točkastih izvora proizvoljnih intenziteta, izlaz ili ukupna slika polja točkastih izvora je jednostavno zbroj odgovarajućih PSF, svaka pomnožena odgovarajućom konstantom da bi se

uzeo u obzir intenzitet odgovarajućeg točkastog izvora. Slika 8 ilustrira ovu pojavu za dvije točke izvora.



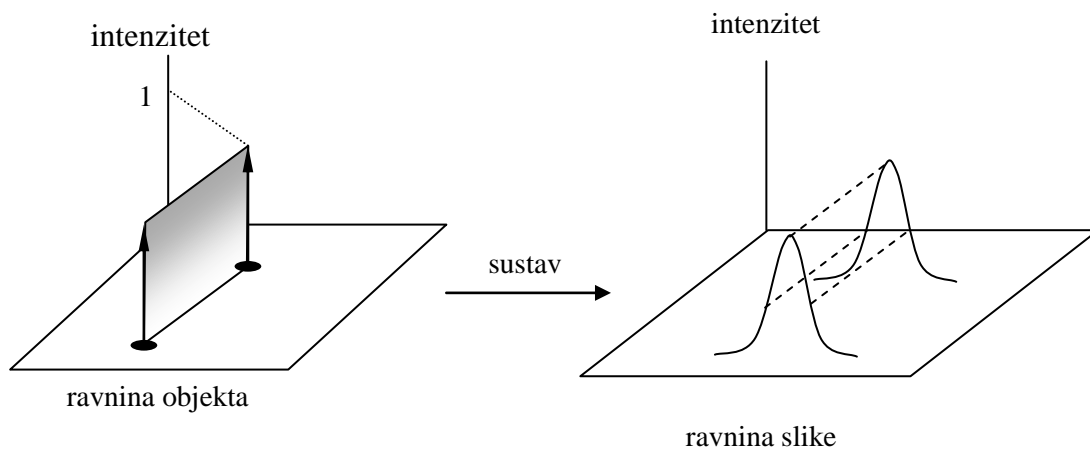
Slika 8: Slika od dva točkasta izvora nastala linearnim, izotropnim sustavom (princip superpozicije)

Konceptualno nije teško proširiti slučaj na konačan broj točkastih izvora u praktičnom slučaju kontinuiranog, dvodimenzionalnog objekta koji se može promatrati kao zbroj beskonačno mnogo točkastih izvora različitih intenziteta. Slika svake točke u objektu je PSF pomnožena odgovarajućim faktorom intenziteta, a ukupna slika je zbroj svih slika točaka. Poznavanjem ulaznog intenziteta može se utvrditi raspodjela intenziteta na slici. Dakle, PSF je opća prijenosna karakteristika linearnog, izoplanarnog slikovnog sustava. Matematička operacija množenja svake točke u raspodjeli intenziteta objekta s PSF i sumiranje preko cijele raspodjele objekta poznata je kao *konvolucija* ulaza i PSF.

Prije nego napravimo konvoluciju potrebno je odrediti PSF. Izravna su mjerenja PSF teška iz dva eksperimentalna razloga. Prvo, da bi se aproksimirao točkasti izvor zračenja otvor aperture mora biti mali u odnosu na veličinu PSF. Rezultat toga je vrlo nizak intenzitet ulaznog zračenja u sustav. Drugo, mjerenje rezultirajuće raspodjele intenziteta u ravnini slike zahtijeva skeniranje s malim otvorom što dodatno uzrokuje mjerne poteškoće. Ovi eksperimentalni problemi koji uzrokuju netočna mjerenja mogu se prevladati mjerenjem druge prijenosne karakteristike sustava iz koje se onda PSF može izračunati.

### 2.1.2. Funkcija razmazivanja linije (The Line Spread Function - LSF)

Za linearne, izoplanarne slikovne sustave, može se definirati druga prijenosna karakteristika. To je funkcija razmazivanja linije (LSF) koja predstavlja raspodjelu intenziteta zračenja slike beskonačno uske i beskonačno dugačke pukotine (linijski izvor) jediničnog intenziteta. U idealnom slikovnom sustavu energija zračenja koje izlazi iz linijskog izvora u objektnoj ravnini biti će skoncentrirana u liniju u ravnini slike. U realnim sustavima, međutim, optičke nepravilnosti rezultiraju razmazivanjem energije oko idealne slike linije što vidimo kao neoštru sliku linijskog izvora. LSF je mjera ove neoštrosti slike. Na slici 9 je jedinični linijski izvor prikazan kao ploha jedinične visine koja stoji na objektnoj ravnini, kao i LSF u ravnini slike. Kasnije će se pokazati da je LSF prijenosna karakteristika sustava koja nam daje jedinstven odnos između pojedinih klasa proizvoljnih ulaza i odgovarajućih izlaza.



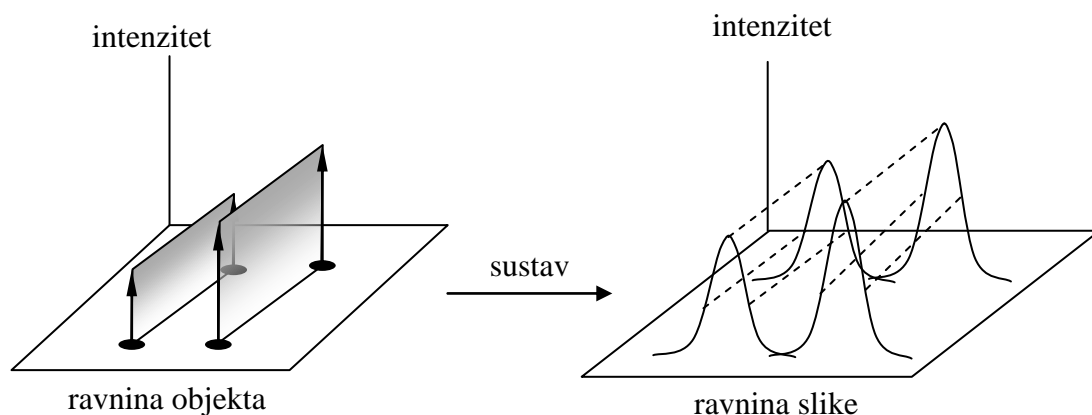
Slika 9: LSF je slika linijskog izvora jediničnog intenziteta

U praksi LSF se određuje aproksimiranjem linijskog izvora s uskom pukotinom koja je duga u odnosu na veličinu PSF, i skeniranjem rezultantnog izlaza (slika pukotine) uskom pukotinom. Ova eksperimentalna tehnika uklanja oba problema povezana s izravnim mjerenjem PSF. Određivanje PSF iz izmjerenih LSF, međutim, nije jednostavno zbog činjenice da je LSF jednodimenzionalna funkcija dobivena pravocrtnim skeniranjem jednodimenzionalne raspodjele intenziteta, dok je PSF dvodimenzionalna. To se može objasniti ustanavljanjem odnosa između te dvije funkcije.

Može se matematički pokazati da je izravno mjerenje LSF (gore opisano) ekvivalent skeniranju PSF s pukotinom koja je uska i duga u odnosu na veličinu PSF. S obzirom na to da je PSF često nesimetrična, kako je naznačeno na slici 7 b), oblik LSF ovisi o smjeru u kojem je PSF skenirana. Za izračun PSF, LSF mora odgovarati svim mogućim orijentacijama u objektnoj ravnini. Stvari su znatno pojednostavljene kad je slikovni sustav izotropan<sup>8</sup>. U tom slučaju PSF je rotaciono simetrična kao što je navedeno na slici 7 a) oblik LSF je neovisan o orijentaciji linijskog izvora u objektnoj ravnini i simetričan. Stoga, ako je sustav izotropan, jedno mjerenje LSF dovoljno je za izračun PSF.

Da sumiramo, LSF služi kao eksperimentalno precizan alat za određivanje PSF koja je prijenosna karakteristika sustava u najopćenitijem slučaju dvodimenzionalnih raspodjela intenziteta zračenja u ravnini objekta. Osim toga, LSF je prijenosna karakteristika sustava za poseban slučaj jednodimenzionalnih ulaza.

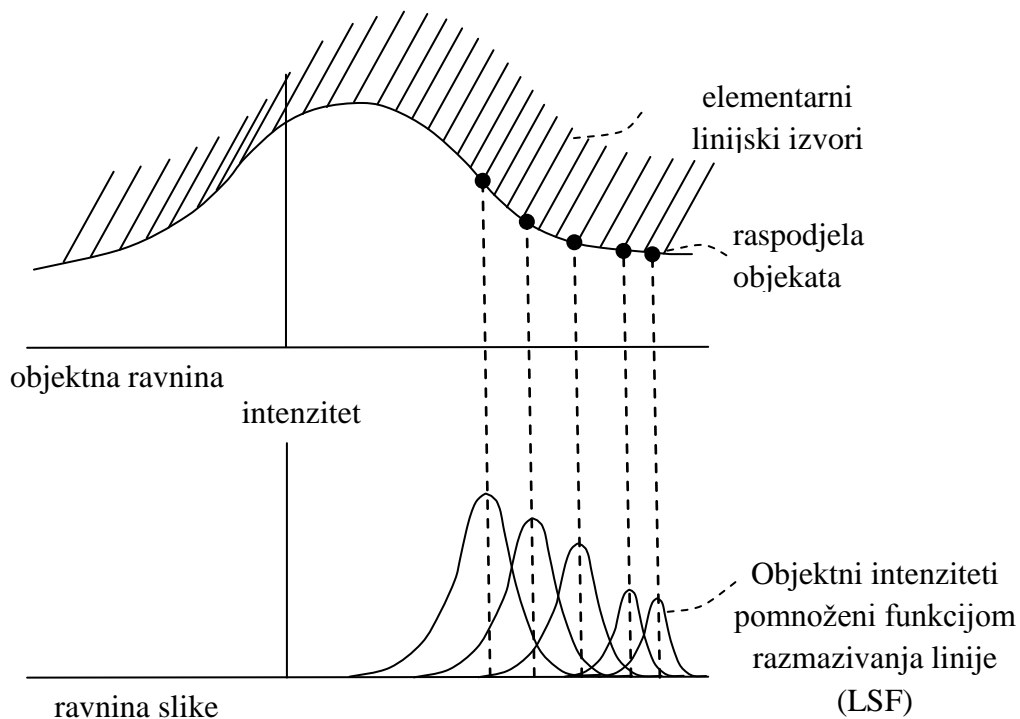
Kao što je objašnjeno ranije, PSF je jedinstvena karakteristika izoplanarnog slikovnog sustava. S druge strane, LSF je također jedinstvena karakteristika sustava za bilo koju orijentaciju linijskog izvora u odnosu na neizotropne sustave ili za bilo koju orijentaciju u odnosu na izotropne sustave. Ako je sustav i linearan, ulaz koji se sastoji od polja linijskih izvora proizvoljnog intenziteta rezultirat će izlazom koji je zbroj odgovarajućih LSF od kojih je svaka pomnožena odgovarajućim faktorom intenziteta. Slika 10 prikazuje ovakva dva linijska izvora.



Slika 10: Slika dvaju linijskih izvora dobivena linearnim sustavom (princip superpozicije)

Ako je ulaz kontinuirani objekt nad kojim intenzitet zračenja varira u samo jednoj dimenziji, kao što je uzorak ruba prikazan idealno step funkcijom ili crtkani (linijski) uzorak, objekt se može promatrati kao zbroj beskonačno mnogo linijskih izvora različitih intenziteta.

Odgovarajući izlaz je dobiven množenjem svakog linijskog izvora u raspodjeli intenziteta objekta s LSF te sumiranjem preko cijele raspodjele objekta. Ova jednodimenzionalna operacija konvolucije ilustrirana je na slici 11.



Slika 11: Shematski prikaz jednodimenzionalne konvolucije. Prikazano je samo nekoliko od bezbroj elementarnih linijskih slika.

Dakle, LSF je prijenosna karakteristika linearnog, izoplanarnog slikovnog sustava za poseban slučaj jednodimenzionalnog ulaza.

Treba naglasiti da LSF ne služi kao magičan prečac za reduciranje dvodimenzionalnog prijenosnog problema na jednodimenzionalan. LSF funkcija dovodi do pojednostavljenja cjelokupnog problema samo u slučaju jednodimenzionalnog ulaza. Čak i u ovom slučaju, dvodimenzionalni karakter slikovnog sustava ne može se u potpunosti ignorirati kad je sustav neizotropan. Pukotina koja se koristi za mjerenje LSF mora biti usmjerena u istom smjeru u odnosu na slikovni sustav u kojem smjeru je orijentiran konstantni intenzitet jednodimenzionalnog objekta. Samo u proučavanju izotropnih sustava može orijentacija objekta u odnosu na sustav biti zanemarena.

### 2.1.3. Modulacijska prijenosna funkcija (The Modulation Transfer Function - MTF)

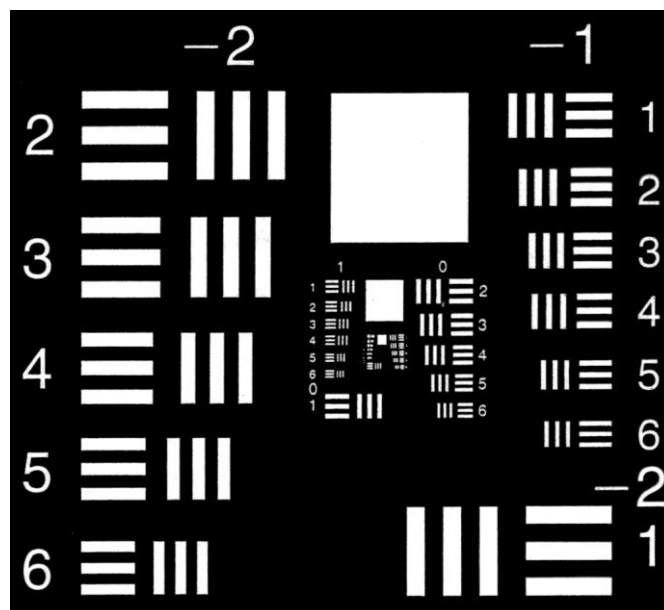
U prethodnim poglavljima opisane su dvije metode opisa karakteristika optičkog prijenosa slikovnih sustava. Pokazano je da se putem PSF sustava može predvidjeti izlazni rezultat proizvoljnog, dvodimenzionalnog ulaza. Slično tome, LSF sustava može se koristiti izravno za predviđanje izlaza odgovarajućeg proizvoljnog jednodimenzionalnog ulaza. Velika korist ovih koncepata proizlazi iz činjenice da se proučavanje prijenosa kompleksne raspodjele intenziteta objekta svodi na proučavanje prijenosa vrlo jednostavne raspodjele intenziteta - točkasti ili linijski izvor. Nakon provedenih, na danom sustavu relativno jednostavnih eksperimenata za određivanje prijenosa ovih jednostavnih raspodjela objekata, može se izračunati prijenos bilo koje zamislive raspodjele objekta.

U kontekstu proučavanja prijenosa od posebnog značenja je treća jednostavna raspodjela intenziteta objekta kod kojeg intenzitet varira sinusoidalno s udaljenosti u ravnini objekta. Krivulje na slici 13 prikazuju dvije takve raspodjele s različitim prostornim frekvencijama mjerenima u ciklusima / mm. Pojam prostorne frekvencije ne podrazumijeva vibracije ili vremensku promjenu raspodjele intenziteta. Raspodjela se smatra stacionarnom u vremenu i prostoru kao što je linijski uzorak na grafikonu rezolucije koji je opisan kao određeni broj linija/mm<sup>2</sup>.

Tradicionalna mjerenja rezolucije uključuju korištenje slike s prugastim uzorkom (obično USAF 1951 grafikon) i potragu za najvišom prostornom frekvencijom (u linija /mm) gdje se pruge još mogu razlikovati. Ova mjerenja, koja se nazivaju nestajuća rezolucija (vanishing resolution), odgovaraju MTF oko 5 - 10%. Budući da ovo daje prostornu frekvenciju gdje nestaje slikovna informacija, gdje se uzorak više ne vidi, to nije dobar pokazatelj oštine slike.

Kad se takva sinusoidalna raspodjela intenziteta u objektnoj ravnini preslikava pomoću linearnog, izoplanarnog, neizotropnog sustava jediničnog povećanja, raspodjela intenziteta u ravnini slike biti će sinusoidalna s istim prostornim frekvencijama kao i predmetna raspodjela.

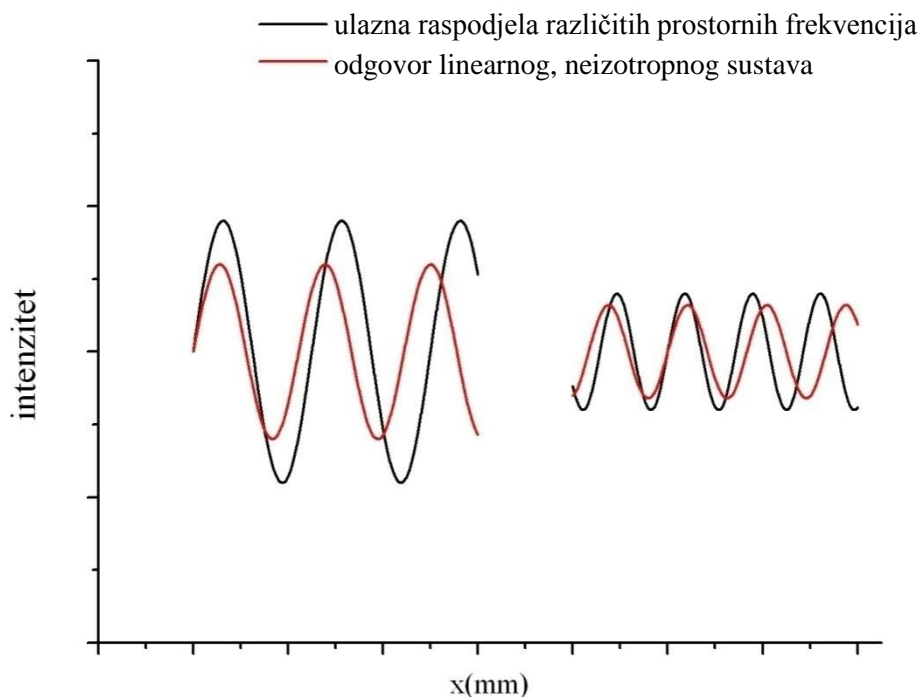




Slika 12: Testna slika za određivanje optičke rezolucije (USAF 1951 grafikon)

Optičke nesavršenosti sustava će, međutim, izazvati to da raspodjele amplituda slike budu smanjene, a raspodjela u cjelini bit će pomaknuta lateralno u odnosu na objektnu raspodjelu kao što je prikazano crvenom krivuljom na slici 13. Smanjena amplituda pokazuje gubitak rezolucije u sustavu, a lateralni pomak je pomak u fazi. Uobičajeno je da se sinusoidalni oblik raspodjele karakterizira njenom modulacijom, a ne njenom amplitudom. Modulacija se definira kao omjer amplitude i prosječne vrijednosti raspodjele. Treba imati na umu da prosječna vrijednost sinusne raspodjele intenziteta zračenja ne može biti manja od amplitude distribucije s obzirom na to da su negativne vrijednosti intenziteta fizikalno besmislene. Stoga, modulacija ne može biti veća od jedan.

U praksi, za različite raspodjele sinusnih intenziteta koje imaju različite prostorne frekvencije, ali identične amplitude i modulacije u predmetnoj ravnini, mjerimo svaku modulaciju i fazni pomak u ravnini slike. Modulacije i fazni pomaci u slici varirat će u ovisnosti o prostornim frekvencijama. Omjer izlazne modulacije prema ulaznoj modulaciji uz fazni pomak izražen kao funkcija prostornih frekvencija naziva se *optička prijenosna funkcija sustava*<sup>9</sup>.



Slika 13: Raspodjela sinusnog intenziteta u prostoru

Omjer izlazne modulacije prema ulaznoj modulaciji, izražen kao funkcija prostornih frekvencija, zove se modulacijska prijenosna funkcija sustava (MTF). Matematički gledano modulacijska prijenosna funkcija je apsolutna vrijednost optičke prijenosne funkcije. Za potpuni opis prijenosa sinusnih ulaza kroz neizotropne sustave potrebna je optička prijenosna funkcija jer u tim sustavima dolazi do pomaka u fazi.

U izotropnim sustavima fazni pomak je nula, tako da modulacijska prijenosna funkcija u potpunosti opisuje prijenos sinusnog ulaza. Jednostavnosti radi, rasprava koja slijedi bit će ograničena prvenstveno na modulacijsku prijenosnu funkciju.

Sama činjenica da modulacijska prijenosna funkcija (MTF) daje opis raspodjele sinusoidalnih intenziteta nije dovoljan razlog za njeno uvođenje, jer se isto može dobiti konvolucijom sinusoidalne raspodjele funkcijom razmazivanja linije (LSF) sustava. Veliko značenje modulacijske prijenosne funkcije leži u fundamentalno drugačijem načinu na koji opisujemo prijenos sinusnog ulaza. Treba se prisjetiti da izračun izlaza na osnovi ulaza pomoću funkcije razmazivanja točke ili linije proizlazi iz poznavanja raspodjele intenziteta točku po točku u objektnoj ravnini. Konvolucija raspodjele objekta s funkcijom razmazivanja točke (PSF) ili linije (LSF), koja se izražava u smislu udaljenosti u ravnini slike, rezultira opisom raspodjele

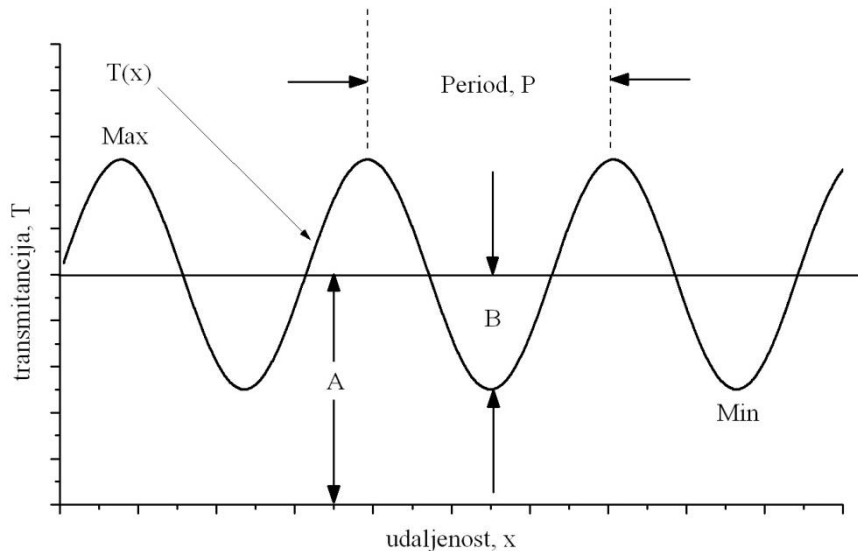
intenziteta točku po točku u izlaznoj ravnini. Drugim riječima, PSF i LSF su karakteristike prijenosa sustava u prostornoj domeni. Izračun izlaza iz ulazne sinusoidalne raspodjele pomoću modulacijske prijenosne funkcije, s druge strane, proizlazi iz poznavanja modulacije i prostorne frekvencije ulaza. Umnožak ulazne modulacije s modulacijskom prijenosnom funkcijom, koja se izražava u smislu prostornih frekvencija, rezultira modulacijom izlaza koja ima istu prostornu frekvenciju. Prema tome, modulacijska prijenosna funkcija opisuje prijenos sinusnog ulaza u domeni prostornih frekvencija. Velika je prednost što se matematički komplicirana operacija konvolucije u prostornoj domeni zamjenjuje jednostavnim množenjem u domeni prostornih frekvencija. Osim toga modulacijska prijenosna funkcija također omogućuje jedinstvenu relaciju između proizvoljnog, ne nužno sinusoidalnog ulaza i odgovarajućeg izlaza te je stoga opća karakteristika prijenosa sustava.

U dizajnu i analizi sustava za obradu slike, često je potrebno matematički opisati sliku koju želimo obraditi. Ovaj rad daje pregled funkcija koje se najčešće koriste prilikom obrade slike i pokazuje da je aproksimacija koja opisuje definiciju ruba na otisnutim rasterskim elementima bazirana na Lorentzovoj funkciji. Dobivenu raspodjelu u okviru Monte Carlo opisa raspršenja svjetlosti u papiru prepoznali smo kao funkciju razmazivanja točke (PSF) koja ima Lorentzov analitički oblik. Pokazano je da takva funkcija bolje opisuje problem definicije ruba od dosadašnjeg pristupa opisom Gaussovom funkcijom.

Teže je vizualizirati djelovanje konvolucije nego množenje dvije funkcije. Budući da konvolucija u prostornoj domeni postaje množenje u frekvencijskoj domeni, transformacija u frekvencijskoj domeni je atraktivna u slučaju linearnih i sustava neovisnih na pomak (u prostoru ili vremenu). Prije nego što istražimo ove ideje, međutim, moramo razumjeti što frekvencija znači za dvodimenzionalne sustave.

### 2.1.3.1. Praktična svojstva MTF

Promatramo sinusoidalni signal pozitivnih funkcija, kao što su transmitancija, refleksije, ekspozicije i sl. Slika 14 prikazuje parametre signala.



Slika 14: Sinusoidalni signal transmitancije,  $T(x)$ . ( $P$  = period,  $\omega$  = frekvencija =  $1/P$ ,  $A$  = srednja vrijednost signala i  $B$  = amplituda signala).

Treba imati na umu da je srednja razina signala  $A = (Max + Min) / 2$ ; amplituda signala je  $B = (Max - Min) / 2$ . Modulaciju definiramo kao omjer amplitude i srednje vrijednosti,  $M = B / A$ , odnosno

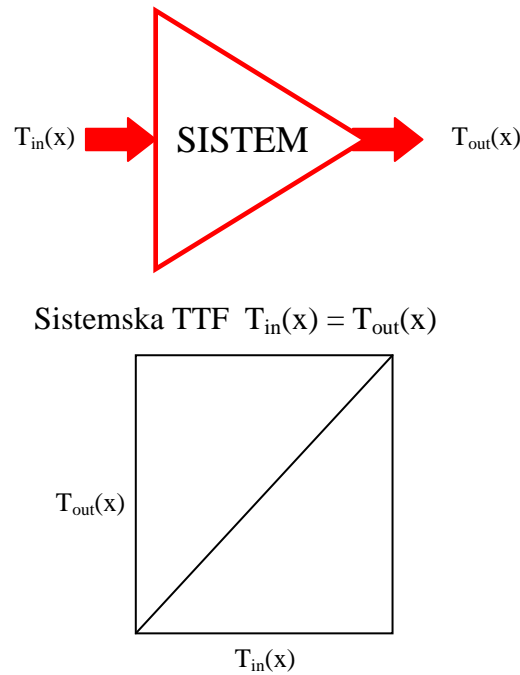
$$M = \frac{Max - Min}{Max + Min} \quad (1)$$

Pojam kontrasta također se često koristi za opisivanje slike signala. Međutim, različiti autori definiraju kontrast na različite načine. Ovdje je prihvaćena sljedeća definicija:

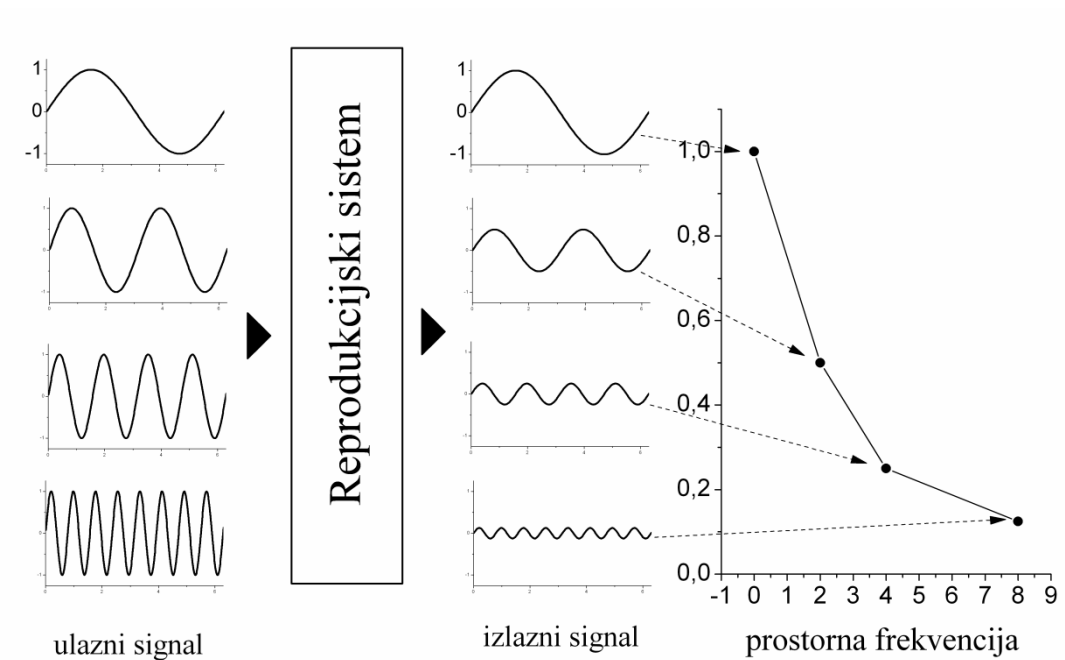
$$Kontrast = C = \frac{Max}{Min} \quad (2)$$

Propusti li se signal  $T(x)$  kroz jednostavan linearan sustav, prikazan na slici 15, s funkcijom prijenosa tona (TTF)  $T_{out} = T_{in}$ , očekuje se da ovaj sustav proizvede izlaz (output) koji je

identičan ulazu (input). Međutim, karakteristike rezolucije sustava mogu dovesti do gubitka nivoa signala, što je ilustrirano na slici 16.

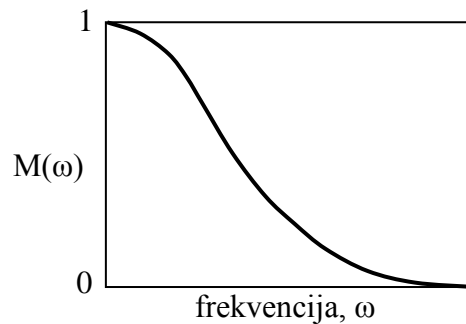


Slika 15: Jednostavan linearni slikovni sustav



Slika 16: Konceptualni prikaz značenja MTF. TTF može ovisiti o frekvenciji signala. Ovo je MTF karakteristika sustava. U optimalnom slučaju vrijednost MTF je jednaka 1 što znači da je kontrast originala i kopije identičan.

Ekperimentalno možemo opisati način na koji sustav gubi razinu signala iscrtavanjem modulacije,  $M$ , i izlaza kao funkcije frekvencije, kao što je prikazano na slici 15 i slici 16. Kako se povećava frekvencija signala, smanjuje se sposobnost sustava da očuva signal. To je temeljni faktor u moći rezolucije sustava.

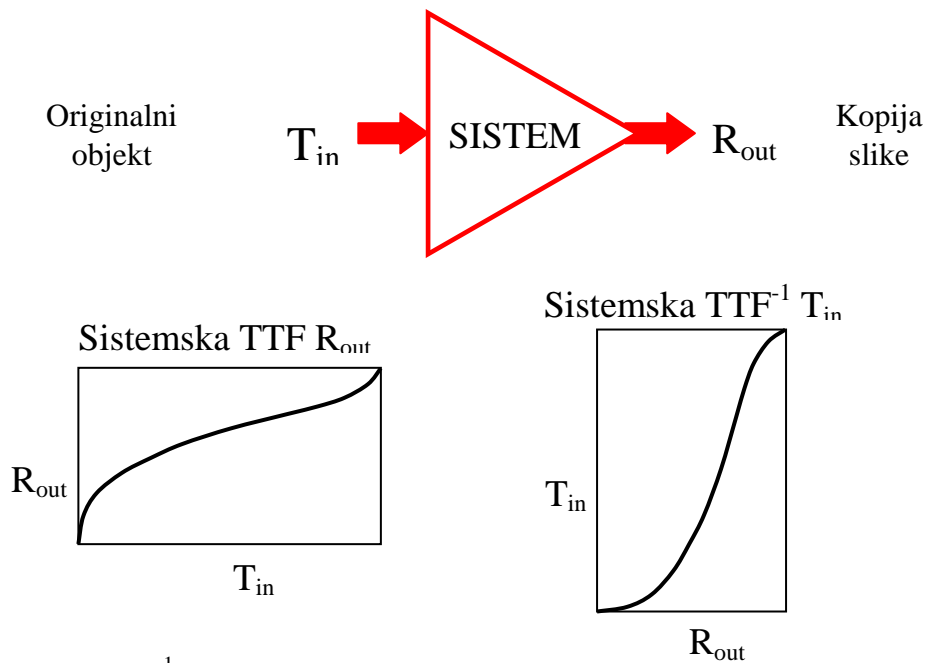


Slika 17: Primjer MTF sistema

Ako TTF slikovnog sustava nije linija nagiba 1,00, tada je definicija MTF složenija. Modulacijska prijenosna funkcija, ili MTF, mjera je smanjenja u kontrastu slike u odnosu na objekt. MTF definiramo kao dio amplitude signala koji je prijenosni sustav sačuvao. Ovdje je naglasak na očuvanju informacije u ulaznom signalu. Razlog za naglašavanje ulaza je taj što želimo moći koristiti izlazni signal kao eksperimentalnu mjeru ulaznog signala. To je ono što općenito radimo kad se koristimo slikovnim sustavima kao analitičkim alatom. Mjerimo, na primjer, izlaznu sliku iz medicinskog sustava snimanja i želimo je upotrijebiti kao mjerilo stvarnog stanja pacijenta kojeg smo snimili. Isto razmatranje može se primijeniti u slučaju fizikalnih mjerenja gdje je potrebno prije samih mjerenja odrediti nešto što fizičari nazivaju instrumentalnom funkcijom. Instrumentalna funkcija kaže koliko sustav (mjerni postav) utječe na same rezultate. Dakle, iako je nama najzanimljiviji dio koji se odnosi na analizu slike, potrebno je naglasiti da se ova razmatranja koriste i u fizici, elektrotehnici, teoriji informacija, itd.

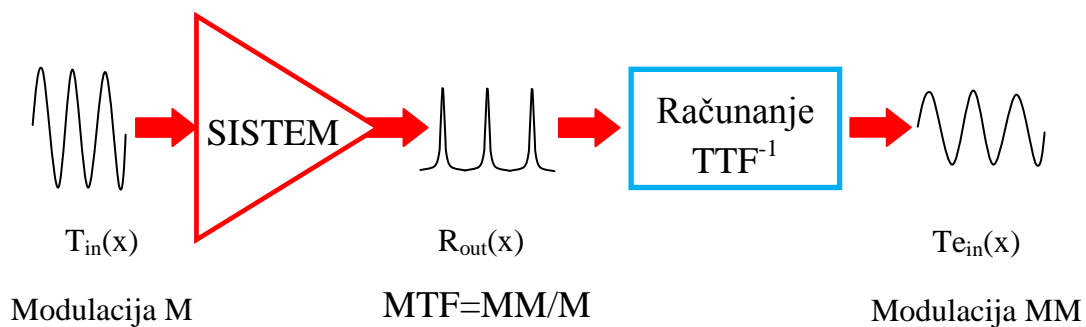
Da bi se moglo koristiti izlaz kao mjeru ulaza, potrebno je invertirati TTF. Na primjer, pretpostavimo da slikovni sustav daje izlaznu refleksiju kao funkciju ulazne transmitancije objekta.

Slika 18 prikazuje TTF i invertiranu TTF za takav sustav. (Napomena: pravac nije nagiba 1,0).



Slika 18: TTF i  $TTF^{-1}$  sistema

Ako znamo analitički izraz za inverznu funkciju,  $TTF^{-1}$ , onda možemo izračunati izvorni ulaz,  $T_{in}$ , iz mjerenih slika,  $R_{out}$ . Ako se slika mijenja prostorno,  $R_{out}(x)$ , tada možemo izračunati originalni ulazni signal,  $T_{e_{in}}(x) = TTF^{-1}(R_{out}(x))$ . Pojam  $T_e$  se koristi kako bi se naglasilo da se izračun provodi eksperimentalno mjerenim ulaznim signalom. Drugim riječima, pravi ulazni signal,  $T_{in}(x)$ , prolazi kroz slikovni sustav i generira izlazni signal,  $R_{out}(x)$ . Izlazni signal se tada koristi za izračunavanje naše procjene ulaznog signala,  $T_{e_{in}}(x)$ . Proces je shematski prikazan na slici 19. Treba imati na umu da TTF ne mora biti pravac te stoga izlaz,  $R_{out}(x)$ , ne mora biti sinusoida, već može biti iskrivljena kao što je prikazano na slici 19. Međutim, izračunati izlazni signal bit će sinusoida te možemo mjeriti modulaciju ovog izračuna ulaznog signala.

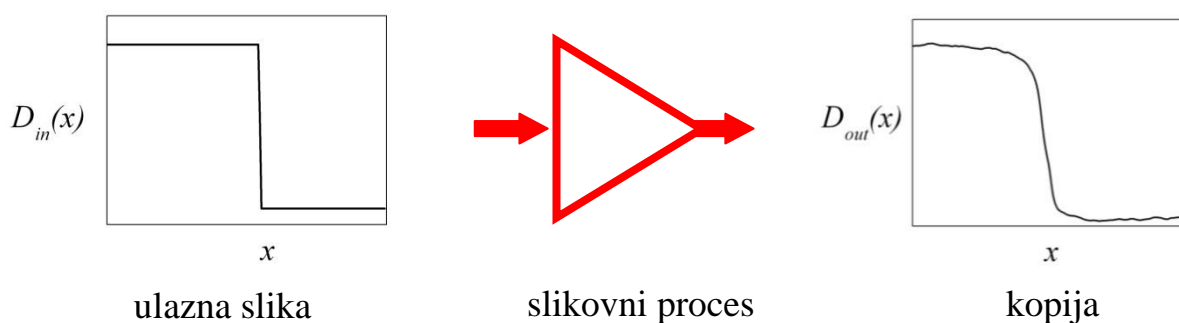


Slika 19: Mjerenje MTF sistema

Kao što se može očekivati, mjereni ulaz,  $T_{e_{in}}(x)$ , nije identičan sa stvarnim ulaznim signalom,  $T_{in}(x)$ . Dvije stvari mogu poći krivo. Prvo, slikovni sustav može dodati šum signalu i drugo, slikovni sustav možda neće moći razlučiti sve značajke originalnog signala. MTF nam govori o sposobnosti sustava da očuva signal. Opća definicija MTF temelji se na sinusoidalnom ulaznom signalu, kao što je prikazano na slici 19. Modulirani ulazni signal je  $M$ . Izlazni signal,  $R_{out}(x)$ , mjeri se i koristi za izračunavanje procjene ulaznog signala,  $T_{e_{in}}(x) = TTF^{-1}(R_{out}(x))$ . Modulacija procijenjenog ulaznog signala je  $MM$ . Omjer  $MM/M$  je dio ulazne amplitude koji se prenese kroz sustav. Ako mjerimo omjer  $MM/M$  za ulazne sinusoide različitih frekvencija, možemo primijetiti da  $MM/M$  ovisi o frekvenciji te se funkcija MTF ( $\omega$ ) definira kao vrijednost  $MM/M$  na svakoj frekvenciji,  $\omega$ . Na slici 19 je tipičan primjer TTF sustava.

### Funkcija razmazivanja (Spread Function)

MTF je prikladna funkcija za opis neke rezolucijske karakteristike slikovnih sustava. Međutim, jedna srodna funkcija prikladnija je za opisivanje fizike gubitka rezolucije slikovnih sustava. Ova funkcija je funkcija razmazivanja točke, PSF, te opisuje kako je točka razmazana fizikom slikovnih sustava. Kao usrednjenu u jednom smjeru, funkciju razmazivanja linije, LSF, lakše je vizualizirati u dvije dimenzije. Koncept je jednostavan jer predstavlja jednostavan eksperiment u kojem se savršena točka kopira slikovnim sustavom.



Slika 20: Nakon realnog preslikavanja kopija oštrog ruba je neoštra.

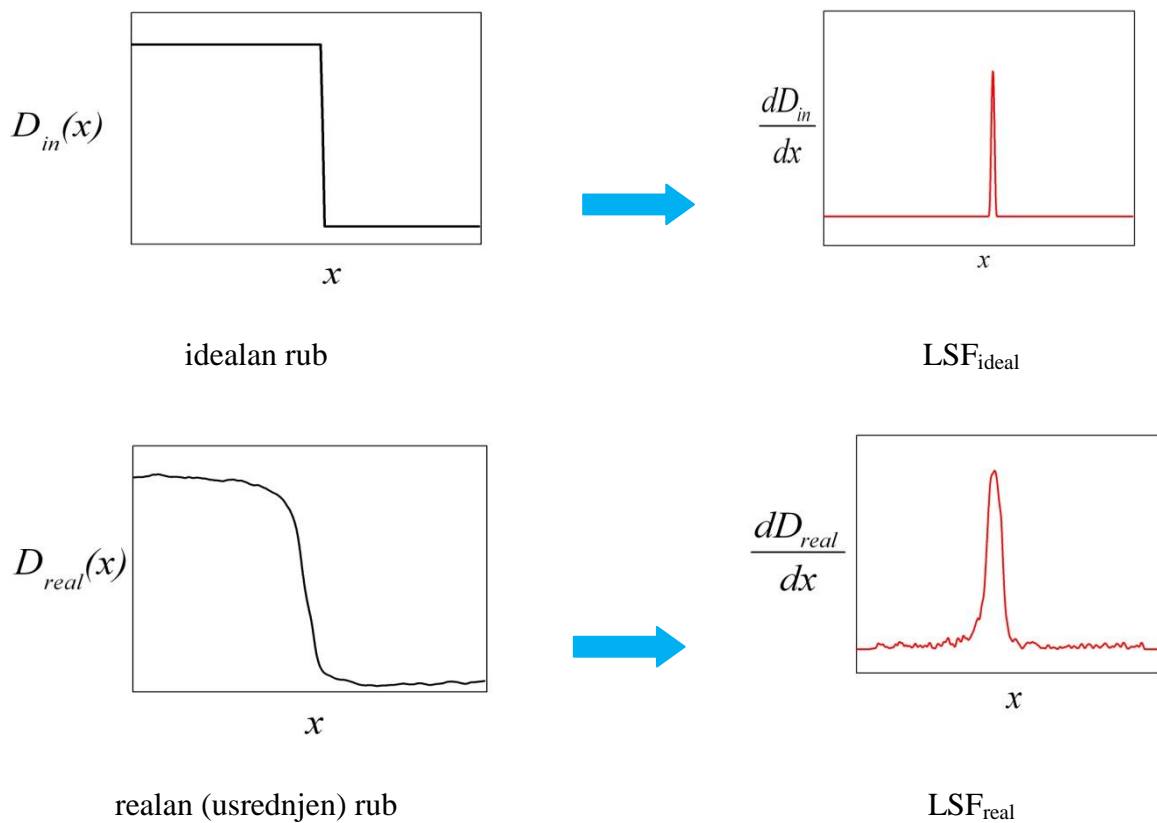
Intuitivno znamo da bilo koji proces realnog preslikavanja teži zamućivanju (blur) slike. Savršena reprodukcija nije moguća. Realni slikovni sustavi uvijek imaju neke gubitke.



Iako sklonost slikovnog procesa gubitku određenog dijela informacija možemo opisati funkcijom koju zovemo MTF, možemo ga opisati i, više empirijski, funkcijom razmazivanja. Mora postojati neka vrsta procesa razmazivanja u slikovnom mehanizmu koji uzrokuje da kopija oštrog ruba bude razmazana (neoštra). Ovaj proces je najvjerojatnije uzrokovan difuzijom boje u papir u tiskanom obliku slike, ili bljeskom svjetla u optičkom sustavu. U granicama savršene optike, difrakcija svjetla na otvoru objektiva rezultirat će "difrakcijski ograničenom" funkcijom razmazivanja ("diffraction limited" spread function). Neki fizikalni procesi uvijek će rezultirati nekom vrstom fenomena razmazivanja koji sprječava da slikovni sustavi imaju savršenu rezoluciju. Mi karakteriziramo fenomen fizičkog razmazivanja kao PSF, ili LSF.

### **Kako funkcija razmazivanja određuje rezoluciju**

Funkcija razmazivanja može se mjeriti neovisno. Na primjer, može se mjeriti difrakcioni limit leće, ili difuziona karakteristika tinte na papiru. Često je, međutim, funkcija razmazivanja slikovnog sustava uzrokovana s više procesa koji rezultiraju razmazivanjem. U takvom slučaju, lakše je mjeriti ukupnu funkciju razmazivanja slikovnog sustava što se radi usporedbom izlaza i ulaza. Na primjer, ako je ulaz idealan rub, kao na slici 20, onda izlaz nije savršeno gladak zbog funkcija razmazivanja sustava, te možemo izračunati funkciju razmazivanja sustava iz zamagljena ruba. LSF je derivacija funkcije ruba izlazne slike kad je ulazna slika savršen rub. Primjena prve derivacije na takvoj slici, u smjeru važne varijacije, poboljšava vidljivost malih koraka i ostalih detalja. Naravno, kontinuirana derivacija ne može se izvršiti za slike s digitaliziranim konačnim brojem piksela. Umjesto toga, razlika između vrijednosti susjednih piksela može se izračunati kao konačna derivacija. Ova razlika ima nešto šuma, ali usrednjavanje u smjeru okomitom na derivaciju može izglati rezultat.



Slika 21: Ilustracija funkcije razmazivanja idealnog i realnog ruba

Obično se LSF modelira s Gaussovom funkcijom, međutim, u ovom radu bit će pokazano da, u slučaju otisnutih rastertonskih elemenata, bolji opis daje Lorentzova funkcija oblika:

$$PSF(r) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{w}{2}}{(r - r_c)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2} \quad (3)$$

## Uobičajeni izvori zamućenja (blur) i šuma

Što je zapravo šum? Pomalo neprecizna definicija kaže da šum smatramo neželjenom komponentom slike. Šum se u slikama javlja iz mnogo razloga i dio je gotovo bilo kojeg signala. Na primjer, poznati bijeli šum slabih televizijskih postaja dobro se modelira kao Gaussov. Budući da slikovni senzori moraju brojiti fotone, osobito u uvjetima slabog osvjetljenja, i broj prebrojenih fotona je slučajna veličina, slike često imaju šum fotonskih brojača. Šum granula kod fotografskih filmova ponekad je modeliran kao Gaussov, a ponekad i kao Poissonov. Mnoge su slike prekrivene šumom koji se naziva sol i papar (salt and pepper noise), koji izgleda kao da je netko po slici posipao crne i bijele točkice. Zamućenje je prisutno u svakom slikovnom sustavu koji koristi elektromagnetsko zračenje (na primjer, vidljiva svjetlost i X-zrake). Difrakcija ograničava rezoluciju slikovnih uređaja na red veličine valne duljine osvjetljavanja. Raspršenje svjetlosti između ciljnog objekta i slikovnih sustava (na primjer, u atmosferi) uvodi dodatna zamućivanja. Leće i zrcala uzrokuju zamućenje jer imaju ograničeni prostorni opseg i optičke nesavršenosti. Diskretizacija rezultira s još više zamućenja jer uređaji kao što su CCD-i usrednjuju osvjetljenje po područjima umjesto uzimanja uzoraka u pojedinim točkama.

Šum je na sličan način sveprisutan: bilo koji uređaj za snimanje mora koristiti konačne vremenske ekspozicije (ili integraciju), što uvodi stohastički šum zbog slučajnog dolaska fotona. Optičke nesavršenosti i instrumentalni šum (na primjer, toplinski šum u CCD uređajima) rezultira s još više šuma. Uzorkovanje uzrokuje šum zbog poduzorkovanja komponenti visokofrekventnih signala, a digitalizacija generira kvantizacijske pogreške. Nadalje, šum mogu uvesti i komunikacijske pogreške i kompresije. Proces zamućivanja i šuma mogu se precizno aproksimirati matematičkim modelima.

Šum je u slikovnim sustavima obično ili aditivan ili multiplikativan. Neka  $f(\#)$  označava sliku. Rastavit ćemo sliku na željenu komponentu,  $g(\#)$  i komponentu šuma,  $q(\#)$ .

Najčešća dekompozicija je aditivna:

$$f(\#) = g(\#) + q(\#)$$

Na primjer, Gaussov šum obično se smatra aditivnom komponentom.

Drugi najčešći oblik dekompozicije je multiplikativan:

$$f(\#) = g(\#) \cdot q(\#)$$

Primjer šuma koji se često modelira kao multiplikativan su pjege na zaslonu koji je osvjetljen koherentnom monokromatskom svjetlošću (laser) (engl. speckle).

Ovdje ćemo prikazati samo aditivni šum koji ima srednju vrijednost jednaku nuli, tzv. bijeli šum. Bijeli šum je prostorno nekoreliran: šum svakog piksela je neovisan i identično distribuiran.

**Gaussov šum** pruža dobar model šuma u mnogim sustavima za snimanje<sup>10</sup>. Šum koji se vjerojatno najčešće javlja je aditivni Gaussov šum. On se naširoko koristi za modeliranje termalnog šuma, a pod nekim razumnim uvjetima može opisati granično ponašanje drugih šumova, primjerice, šum fotonskih brojača i šum filmskog zrna (granule). Njegova je funkcija gustoće vjerojatnosti (probability density function), sa srednjom vrijednosti  $\mu$  i varijancijom  $\sigma^2$ :

$$p_q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

za  $-\infty < x < \infty$ . Treba naglasiti da varijabla  $x$ , gdje je gustoća vjerojatnosti različita od nule, poprima beskonačne vrijednosti u pozitivnoj i negativnoj strani. No, ako promatramo sliku kao mapu intenziteta, tada vrijednosti trebaju biti pozitivne. Drugim riječima, šum ne može biti strogo Gaussov. Strogo gledajući postoji vjerojatnost različita od nule i za negativne vrijednosti. U praksi, međutim, raspon vrijednosti Gaussovog šuma ograničen je na oko  $\pm 3\sigma$ , a Gaussova gustoća je koristan i točan model za mnoge procese.

Gaussova raspodjela ima važno svojstvo: da bi se odredila aritmetička vrijednost sredine stacionarne Gaussove slučajne varijable, ne može se učiniti ništa bolje od linearnog prosjeka. To čini Gaussov šum najgorim slučajem za nelinearne restauratorske filtere slike, u smislu da je poboljšanje slike u odnosu na linearne filtere najmanje za Gaussov šum. Da bi poboljšali rezultate linearnog filtriranja, nelinearni filteri mogu iskoristiti samo ne-Gaussovu raspodjelu signala. Više o Gaussovom šumu bit će riječi kasnije.

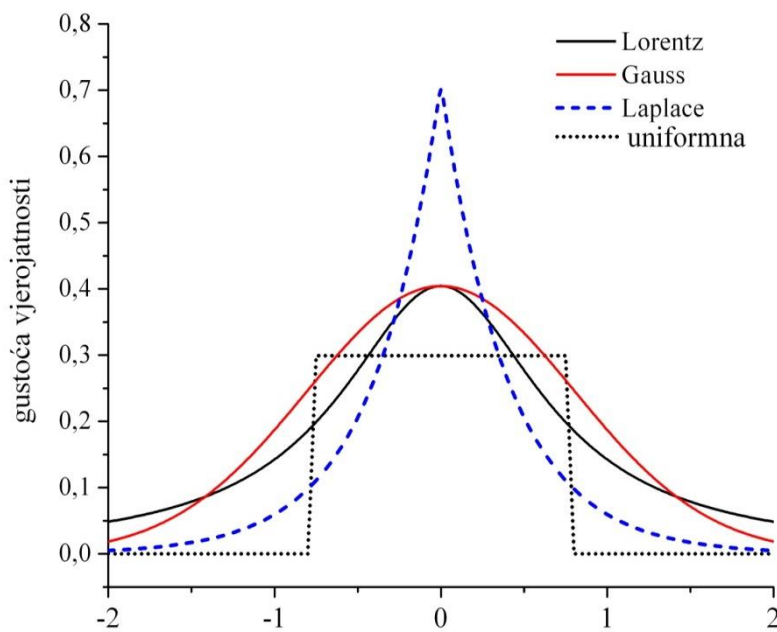
**Laplaceov šum** (koji se naziva i biksponencijalan), ima ovu funkciju gustoće vjerojatnosti:

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} e^{-\frac{\sqrt{2}|n|}{\sigma}} \quad (5)$$

Nelinearni estimator može pružiti mnogo točniju procjenu srednje vrijednosti stacionarne Laplaceove slučajne varijable od linearnog usrednjavanja<sup>11</sup>.

**Uniformni šum** ne susreće se često u stvarnom svijetu slikovnih sustava, ali daje korisne usporedbe s Gausovim (bijelim) šumom. Linearni prosjek je relativno slab estimator za procjenu srednje vrijednosti uniformne raspodjele. To znači da nelinearni filteri trebaju biti bolji u uklanjanju jedinstvenog šuma od Gaussovog šuma. Uniformna funkcija gustoće vjerojatnosti dana je izrazom:

$$p_n(n) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma} & \text{za } |n| \leq \sqrt{3}\sigma \\ 0 & \text{ostalo} \end{cases} \quad (6)$$



Slika 22: Funkcije gustoće vjerojatnosti Lorentzove, Gaussove, Laplaceove i uniformne raspodjele. Lorentzova raspodjela je stavljena jer se ostatak rada bazira na usporedbi utjecaja Lorentzove i Gaussove raspodjele.

### 3. GENERIRANJE PSF MONTE CARLO APROKSIMACIJOM

#### 3.1. Monte Carlo aproksimacija

Monte Carlo metoda je univerzalna numerička tehnika rješavanja matematičkih problema koja se temelji na nasumičnom uzorkovanju iz definiranih raspodjela vjerojatnosti.

Ova se metoda inicijalno razvila za proučavanje zakona interakcije elementarnih čestica s materijom, no kao univerzalna metoda koristi se za rješavanje mnogih problema u svim područjima prirodnih, tehničkih i društvenih znanosti. Danas se Monte Carlo tehnike rutinski koriste u visokoenergetskoj fizici (simulacija u ezoteričnim subnuklearnim procesima, simulacije raznih složenih fizikalnih pojava), u kvantnoj kromodinamici, u dizajniranju nuklearnih reaktora, u proračunima zaštite od zračenja, u astronomiji, u geološkim istraživanjima, u medicini i za dijagnostiku (medical imaging) i za terapeutiku, u ekonomiji, u tehničkoj analizi i predviđanju stanja na tržištu, u simulacijama igara kao što je Bingo, itd. Analogija Monte Carlo metode s igrama na sreću je primjerena s tim da je ovdje igra fizički sustav, a ishod igre nije ćup s novcem ili kup žetona (osim ako tako simuliramo), nego rješenje nekog problema. Pritom je dobitnik znanstvenik koji sudi o vrijednosti svojih rezultata usporedbom s njihovim intrinzičnim vrijednostima.

Monte Carlo<sup>30,12,13</sup> metode upotrijebljene su 50-tih godina prošlog stoljeća prilikom rješavanja problema transporta neutrona<sup>14</sup>. Međutim mnogo prije toga sporadično su primjenjivane tehnike tog tipa. Jedna od prvih primjena u drugoj polovici devetnaestog stoljeća može se smatrati „Buffonov problem igle“, gdje se igla baca velik broj puta na niz jednako raspoređenih linija na ploči kako bi se odredila vrijednost broja  $\pi$ <sup>15</sup>. 1901. lord Kelvin je izvijestio da je koristio tehnike tipa Monte Carlo u raspravi o Boltzmannovoj jednadžbi<sup>16</sup>, a od početka 1900-tih statističari su koristili tehnike nasumičnog uzorkovanja u istraživanju mnogih problema. Na primjer, 1908. Student (W. S. Gosset) koristi tehnike slučajnim uzorkovanjem kako bi se utvrdila raspodjela koeficijenta korelacije i tzv t-raspodjela<sup>17</sup>. Tehnika nasumičnog uzimanja uzoraka široko se koristi u 1940-tima na izradi atomske bombe, za modeliranje nasumične difuzije neutrona u fisijskom materijalu. 1949. godina prihvaćena je kao godina utemeljenja Monte Carlo metode kad je objavljen članak Metropolis i Ulama<sup>18</sup> pod naslovom „The Monte Carlo Method“. Ime Monte Carlo skovao je Metropolis (inspiriran Ulamovim interesom za poker) tijekom Projekta Manhattan u II.

svjetskom ratu, zbog sličnosti statističke simulacije igara na sreću te zato što je u glavnom gradu kneževine Monako poznata kockarnica. Iako je teorijska osnova Monte Carlo metode bila poznata mnogo prije nego što je izašao spomenuti članak i iako su se mnogo prije 1949. godine neki statistički problemi rješavali metodom nasumičnog uzimanja uzoraka, američki matematičari John von Neumann i Stanislav Ulam smatraju se kreatorima metode. Glavna komponenta svake Monte Carlo metode jesu slučajni brojevi (random numbers), odnosno brojevi koji se pojavljuju u međusobno nekoreliranom redosljedju. Od starih vremena za generiranje nasumičnih brojeva koriste se razne tehnike poput bacanja kocke ili izvlačenja karata, te se tako dobiveni brojevi slažu u tablice. To je težak i dugotrajan posao bez pomoći računala. Stoga je tek pojavom računala započela praktična upotreba Monte Carlo tehnike. No budući da je i ponašanje računala determinističko, slučajni brojevi generirani uz pomoć računala nisu uistinu slučajni brojevi i zato ih zovemo pseudoslučajnim brojevima.

1954. Hayward i Hubbell koriste Monte Carlo metodu za istraživanje refleksije gama-zraka<sup>19</sup>. O simulacijama difuzije nabijenih čestica prvi je izvijestio Wilson<sup>20</sup>, čija su istraživanja dovela do konstrukcije prvog akceleratora čestica. Prva medicinska primjena Monte Carlo metode u vidljivom području zabilježena je 1983.<sup>21</sup>

Prvi se put rabi Monte Carlo tehnika za modeliranje transporta svjetlosti u vidljivom području prilikom određivanja optičkih svojstava fotografske emulzije<sup>22</sup>, a tehnika se i danas koristi u astronomiji i tehnici očitavanja na daljinu (remote sensing). U grafici se Monte Carlo metode pojavljuju neovisno, počevši s Appleom (1968.)<sup>23</sup> koji je proračunavao slike nasumičnim određivanjem puta čestice (fotona), tzv. *random particle tracing*. Radovi Whitteda (1980.)<sup>24</sup>, te Cooka i drugih (1984.)<sup>25</sup> vode k prvom kompletnom algoritmu transporta svjetlosti baziranom na Monte Carlo metodi koji je predložio Kajiya (1986.)<sup>26</sup>. On je shvatio da se problem može prikazati pomoću integralne jednadžbe koja se može izvrijedniti uzorkovanjem putanja. Otada su učinjena mnoga poboljšanja njegove tehnike trasiranja puta (Arvo i Kirk, 1990.)<sup>27</sup>.

U izravnom određivanju Monte Carlo simulacije transporta svjetlosti u mediju koji i raspršuje i apsorbira svjetlost, metoda u cjelini prolazi proceduru koja slijedi niz koraka<sup>28</sup>:

1. Odabere se ishodišna točka za pokretanje simulacije transporta fotona. Ishodišna točka fotona određuje se iz poznate raspodjele izvora i ne mora biti nasumično odabrana.
2. Pratimo njegovu povijest sukcesivnih raspršenja ili apsorpcija u mediju sve dok ne bude zadovoljen neki uvjet prekida (terminacija fotona). Da bi se pratila povijest fotona, uzimaju se nasumični uzorci iz dobro definiranih raspodjela vjerojatnosti<sup>29,30</sup>

koje upravljaju različitim prijelazima ili interakcijama koje foton doživljava. Ove raspodjele vjerojatnosti mogu biti izvedene iz poznavanja fizike interakcije, ili se mogu temeljiti na mjerenjima.

3. Zabilježe se, odnosno izdvoje parametri od interesa iz fotonskih povijesti. Postoji mnoštvo različitih parametara koji mogu biti praćeni iz fotonskih povijesti, kao što je točka izlaza, ukupna duljina fotonskog puta, kut izlaza fotona, njegov intenzitet prilikom izlaska, itd. To je jedna od velikih prednosti metode.
4. Koraci 1. do 3. ponavljaju se dovoljan broj puta da se akumulira dovoljno podataka da bi se mogla provesti pripadna statistička obrada. U svim primjenama metode konstruira se stohastički model u kojem je očekivana vrijednost varijable (ili kombinacija više varijabli) ekvivalentna vrijednosti fizikalne veličine koju treba odrediti. Očekivana vrijednost određuje se srednjom vrijednošću višestrukih međusobno nezavisnih uzoraka koji reprezentiraju navedenu nasumičnu varijablu. Da bi se konstruirao niz neovisnih uzoraka, koriste se nasumično generirani brojevi koji prate raspodjelu varijable koju određujemo. Broj fotonskih povijesti koji je potreban ovisi o broju zabilježenih podataka, o parametrima i raspodjelama koje opisuju raspršenja u mediju i o potrebnoj preciznosti monitoriranih veličina. Ovisno o problemu koji simuliramo, postoje razne tehnike kako bi se smanjio potreban broj fotona. Ove metode nazivaju se tehnikama smanjenja varijancije.

Za definiciju Monte Carlo metode koristit ćemo onu koju su dali Lux i dr<sup>31</sup>. U svim primjenama Monte Carlo metode, konstruira se stohastički model u kojem je očekivana vrijednost određene slučajne varijable (ili kombinacije nekoliko varijabli) ekvivalentna vrijednosti fizičke veličine koju želimo odrediti. Ta se očekivana vrijednost procjenjuje prosjekom više nezavisnih uzoraka koji predstavljaju slučajnu varijablu. Za konstrukciju niza nezavisnih uzoraka koriste se slučajni brojevi koji slijede raspodjelu varijable koju želimo procijeniti.

Transport fotona u papiru simulira se Monte Carlo metodom simulacije propagacije fotona, pri čemu se zanemaruje valna priroda svjetlosti. Metoda opisuje lokalna pravila propagacije fotona koja su izražena, u najjednostavnijem slučaju, kao raspodjela vjerojatnosti koja opisuje veličinu koraka (srednji slobodni put) kretanja fotona između dvije točke interakcije foton – supstrat, te kutove otklona od prijašnjeg smjera putanje fotona nakon što dođe do raspršenja u danoj točki<sup>32,33</sup>. Kako je ta metoda u osnovi statistička, temelji se na izračunavanju putanja



prostiranja velikog broja fotona, a to zahtijeva mnogo računalnog vremena. To je ekvivalentno analitičkom modeliranju transporta fotona pomoću jednadžbe transfera zračenja (Radiation Transfer Equation - RTE), koja opisuje gibanje fotona pomoću diferencijalnih jednadžbi. Međutim, za neke geometrije često nisu moguća konačna rješenja RTE. Difuzijska aproksimacija može se koristiti za pojednostavljenje RTE iako to, pak, uvodi mnogo netočnosti, osobito u blizini izvora i granica. Nasuprot tome, Monte Carlo simulacije mogu biti proizvoljno točne povećanjem broja fotona koje pratimo.

Monte Carlo metoda je imanentno statistička te stoga treba značajno računalno vrijeme kako bi se postigla preciznost. Osim toga, Monte Carlo simulacije mogu istovremeno pratiti više fizikalnih veličina s bilo kojom željenom prostornom i vremenskom rezolucijom. Ova fleksibilnost čini Monte Carlo modeliranje doista moćnim alatom. Dakle, iako računalno neučinkovite, Monte Carlo metode često se smatraju standardom za simulirana mjerenja fotonskog transporta za mnoge aplikacije.

Ovdje je predstavljen model fotonske Monte Carlo metode u beskonačnom homogenom mediju no model je lako primijeniti i na višeslojne medije. Za nehomogene medije kao i za polubeskonačne medije (u kojem se fotoni smatraju izgubljenima ako izlaze iz medija na njegovoj gornjoj granici), treba uzeti u obzir<sup>32</sup> granice. Problem se rješava korištenjem beskonačno malog točkastog izvora (analitički predstavljenog kao Diracova delta funkcija u prostoru i vremenu). Odgovor na proizvoljnu geometriju izvora može se konstruirati metodom Greenovih funkcija (ili konvolucijom, ako postoji prostorna simetrija). Potrebni parametri su koeficijent apsorpcije, koeficijent raspršenja, te funkcija raspršenja faza. Ako su slojevi u mediju dobro definirani, tada moramo uzeti u obzir indeks loma svakog sloja u mediju.

Kako elektromagnetske zrake prolaze kroz različite materijale, neki od fotona interagiraju s česticama materije, pri čemu njihova energija može biti apsorbirana ili raspršena. Ova apsorpcija i raspršenje nazivaju se atenuacija. Pritom je ukupna atenuacija zbroj atenuacija zbog različitih vrsta interakcije. Linearni koeficijent atenuacije ( $\mu$ ) opisuje dio zrake elektromagnetskog zračenja koja se apsorbira ili raspršuje po jedinici debljine materijala. To je u osnovi proračun vjerojatnosti da se foton rasprši ili apsorbira pri prolasku kroz materijal. Za uski snop monoenergetskih fotona npr. vidljive svjetlosti, dio snopa koji prolazi kroz materijal bez sudara može se izraziti u obliku jednadžbe<sup>34</sup> :

$$I = I_0 e^{-\mu t}$$

gdje je:

$I$  = intenzitet fotona transmitiran preko udaljenosti  $t$

$I_0$  = početni intenzitet fotona

$\mu$  = linearni koeficijent atenuacije

$t$  = debljina prodora

Linearni koeficijenti atenuacije mogu se koristiti u brojnim izračunima, kao što su pronalaženje intenziteta zračenja transmitiranog kroz medij kad su poznati ulazni intenzitet, materijal i debljina medija, također za određivanje debljine medija, kada su poznati ulazni i transmitirani intenzitet te materijal, ...<sup>35</sup>.

Gore navedena jednostavna jednadžba apsorpcije temelji se na pretpostavci da je sve raspršeno zračenje u potpunosti uklonjeno iz snopa. Međutim, u stvarnosti to nije slučaj pogotovo u debelim materijalima kod kojih tek nekoliko raspršenih fotona dolazi do promatrane točke gdje je detektor (npr. film). Zapravo, mjereni intenzitet zračenja nakon prolaska kroz materijal veći je od onoga izračunatog pomoću jednostavne jednadžbe apsorpcije. Navedeni fenomen poznat je kao prirast zračenja zbog raspršenja. Stoga je u praksi jednadžba apsorpcije modificirana uvođenjem druge veličine poznate kao faktor prirasta što je definirano u sljedećem poglavlju.

U našem pojednostavljenom modelu koriste se sljedeće tehnike smanjenja varijancije kako bi se skratilo računalno vrijeme, odnosno za poboljšanje efikasnosti Monte Carlo simulacije. Ta tehnika nam omogućuje da propagiramo veliku količinu ekvivalentnih fotona kao paket simultano duž nekog puta. Svakom fotonskom paketu inicijalno je pridružena statistička težina  $W$  jednaka jedinici. Takav pristup nam ujedno osigurava poštivanje zakona očuvanja energije. Kad foton interagira u mediju koji ima visoko raspršenje, tzv. *turbid* medij (turbid – engl. zamućen, netransparentan), gubit će na svojoj težini zbog apsorpcije a preostala će težina biti raspršena u druge dijelove medija. Bilo koji broj varijabli može se pratiti na putu, ovisno o određenoj primjeni. Svaki fotonski paket više puta će proći sljedeće korake dok se ne ugasi (potpuno apsorbira), reflektira izvan medija ili transmitira. Bilo koji broj fotonskih paketa može biti pokrenut i modeliran, sve dok simulirani rezultat mjerenja ima željeni omjer signala i šuma. Treba imati na umu da je Monte Carlo modeliranje proces koji uključuje statistiku slučajnih brojeva, za što će se koristiti varijabla  $\zeta$  kao pseudoslučajni broj u našim izračunima. Detaljni opis modela i pripadni računalni program koji je korišten u istraživanjima nalaze se u dizertaciji D. Modrića<sup>36</sup>.

Kako bi se simulirao transport svjetlosti u podlozi pomoću Monte Carlo pristupa, fotonski paketi šalju se na nasumičan hod kroz uzorak virtualnog papira. Tehnika je razvijena na temelju raspodjele vjerojatnosti koja opisuje glavne parametre putanje fotonskog paketa. Ovi parametri fotonskog paketa su pomak između dva događaja (raspršenja i/ili apsorpcije) definiran kao korak veličine  $s$  (7) te kutovi raspršenja  $\varphi$ ,  $\theta$  generirani korištenjem slučajnih brojeva. Povijest fotonskog paketa (njegovo kretanje) bilježi se dok paket ili ne napusti medij ili dok se ne apsorbira u interakciji s njim. Foton može napustiti medij, u ovom slučaju papir, na donjoj granici (transmisija svjetlosti) ili na gornjoj granici. Zahvaljujući tome, dobivena je informacija o podpovršinskom transportu svjetlosti.

Važno je shvatiti da je raspršenje lokalni fenomen te da čak i kad je svako pojedinačno raspršenje potpuno difuzno, potpuno raspršena svjetlost, kao rezultat djelovanja svih fotona, ne treba biti savršeno difuzna. Potrebno je naglasiti da je metoda statističke prirode, tj. temelji se na izračunu velikog broja fotonskih putanja, što rezultira visokom potrošnjom računalnog vremena.

Papir je u načelu medij koji je teško opisati, s obzirom na prilično različite optičke karakteristike njegovih komponenti. Teorija koja se široko koristi povezana je s raspršenjem i apsorpcijom svjetlosti na pojedinim česticama kao što su vlakna ili punila, a razvili su je Kubelka i Munk<sup>37</sup>.

Primijenjen pristup propagacije fotona u okviru Monte Carlo metode temelji se na radu Phral et al (1989)<sup>38</sup>. Cilj našeg istraživanja je optičko ponašanje višeslojne nehomogene podloge. Ovdje se premaz (coating) i podloga tretiraju kao dva odvojena, dobro definirana sloja u kojima smo isključili iz izračuna i refleksiju svjetlosti i lom na granici slojeva gdje se mijenjaju lokalni uvjeti apsorpcije i raspršenja. Unutar papira kao iznimno složenog medija fotoni doživljavaju višestruka raspršenja te se faza i polarizacija jako brzo randomiziraju tako da inicijalno ne utječu bitno na sam transport energije.

Za implementaciju ove metode, konstruiran je stohastički model u kojem je očekivana vrijednost varijable (ili kombinacije varijabli) ekvivalentna fizičkoj veličini koju želimo odrediti. Očekivana vrijednost se definira kao srednja vrijednost više nezavisnih uzoraka koji predstavljaju ovu slučajnu varijablu. Mi koristimo slučajno generirane brojeve koji slijede prije odabranu normalnu raspodjelu za konstrukciju željenog spektra nezavisnih uzoraka.

### 3.2. Lansiranje fotonskog paketa

U našem modelu ignorirali smo početnu zrcalnu refleksiju povezanu s ulaskom u medij kojem se ne podudara indeks loma. Imajući to na umu, jednostavno trebamo postaviti početni položaj fotonskog paketa, kao i početni smjer. Koristit ćemo tri kartezijeve koordinate za određivanje položaja, zajedno s tri kosinusa smjera za određivanje smjera propagacije. Početni uvjeti varirat će ovisno o primjeni. U našem slučaju paket ulazi u supstrat u ishodištu sustava i odgovara kolimiranom uskom snopu fotonskih paketa (npr. laserska zraka). Možemo odrediti početni položaj i kosinuse smjera kako slijedi (izotropni izvori mogu se lako modelirati randomiziranjem početnog smjera svakog paketa):

$$\begin{array}{l} \text{položaj: } x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{kosinusi smjera: } \mu_x = 0 \\ \mu_y = 0 \\ \mu_z = 0 \end{array}$$

### 3.3. Određivanje veličine koraka i kretanje fotonskih paketa

Veličina koraka,  $s$ , je udaljenost koji fotonski paket prijeđe između dva mjesta interakcije. Postoje različite metode za odabir veličine koraka. Veličina koraka fotonskog paketa  $s$  je put koji paket prolazi između dvije interakcije (dogadaja) sa supstratom, a može se pretpostaviti da je fiksna ili promjenjiva. Potrebno je, dakle, korak tretirati kao varijablu i to shodno Beerovom zakonu, pri čemu korak poprima vrijednosti iz intervala  $s \in [0, \infty)$ , pa u skladu s postupkom definiranim modelom svaka veličina koraka između položaja interakcije foton - supstrat promjenjiva je i iznosi:

$$s = \frac{\ln \xi}{(\mu_a + \mu_s)} \quad (7)$$

gdje  $\xi$  je slučajan broj, a  $\mu_a$  i  $\mu_s$  su koeficijenti apsorpcije i raspršenja.

Nakon što je odabrana veličina koraka, fotonski paket se propagira za udaljenost  $s$  u smjeru određenom kosinusima smjera<sup>39</sup>. To se lako postiže jednostavnim ažuriranjem koordinata, kako slijedi:

$$\begin{aligned}x &\leftarrow x + \mu_x s \\y &\leftarrow y + \mu_y s \\z &\leftarrow z + \mu_z s\end{aligned}\tag{8}$$

Kretanje jednog fotonskog paketa može se prikazati s pet varijabli: tri prostorne koordinate ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) i dva kuta ( $\theta$ ,  $\varphi$ ), određena relativno u odnosu na prethodnu orijentaciju putanje koja opisuje smjer propagacije.

### Apsorpcija i raspršenje

Pojedinačna apsorpcija određuje se usporedbom nasumično generiranog broja s *albedom*, koji je definiran sljedećim izrazom:

$$a = \frac{\mu_s}{(\mu_a + \mu_s)}\tag{9}$$

Na primjer, ako je slučajan broj veći od albeda, energija paketa je apsorbirana i paket nestaje, a doprinos gušenja u mediju može biti registriran. Ako je nasumično odabrani broj

$$\begin{aligned}\xi > W &\Rightarrow \text{dolazi do apsorpcije paketa} \\ \xi \leq W &\Rightarrow \text{foton nastavlja svoj put.}\end{aligned}$$

Nakon što je interakcija završena, generira se novi skup brojeva koji određuju put i smjer ostatka paketa. Postupak se ponavlja sve dok paket ne napusti područje.

Jednom kad foton učini korak, dolazi do izvjesnog gubitka (atenuacije) fotonske težine uslijed apsorpcije i taj gubitak se mora uračunati. Dio trenutačne fotonske težine  $W$ , (energije) biti će predan okolini. Dio deponirane fotonske težine  $\Delta W$  može se izračunati:

$$\Delta W = \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_s} W = aW\tag{10}$$

Naravno da se i fotonska težina mora primjereno odrediti na sljedeći način:

$$W \leftarrow W - \Delta W\tag{11}$$

Nakon što se dio fotonskog paketa apsorbirao, fotonski paket je spreman da se rasprši. Nakon toga moramo statistički odrediti kut otklona  $\theta \in [0, \pi>$  i isto tako azimutalni kut,  $\varphi \in [0, 2\pi>$ . Usrednjeni kosinus kuta raspršenja fotona  $\langle \cos \theta \rangle$  poznat je kao faktor anizotropije  $g$  (vidi jednadžbu (14)), koji poprima vrijednosti između -1 i 1. Ako je optička anizotropija jednaka 0, to obično znači da imamo izotropno raspršenje. Ako se  $g$  približava vrijednosti od 1 to znači da je raspršenje prvenstveno u smjeru prema naprijed, odnosno prema natrag u slučaju da se  $g$  približava -1. Da bi se odredio novi smjer fotonskog paketa (a time i kosinuse smjera fotona), moramo znati funkciju raspršenja faze. Raspodjela vjerojatnosti za kosinus kuta otklona,  $\cos \theta$ , opisana je funkcijom raspršenja koju su Henyey i Greenstein<sup>40</sup> izvorno predložili za galaktičko raspršenje:

$$p(\cos \theta) = \frac{1-g^2}{(1-g^2+g^2 \cos^2 \theta)^3} \quad (12)$$

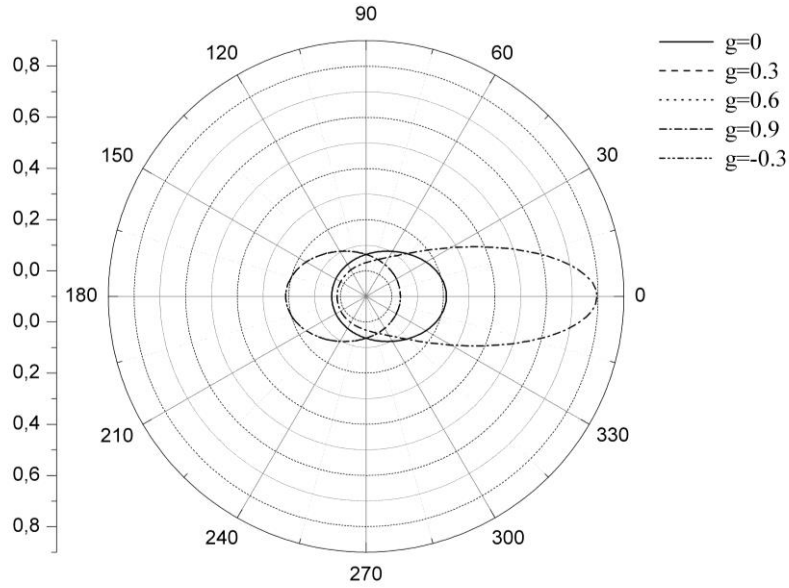
uz uvjet:

$$\int_{-1}^1 p(\cos \theta) d(\cos \theta) = 1 \quad (13)$$

i gdje je parametar  $g$  definiran kao integral preko svih kutova fazne funkcije pomnožene kosinusom kuta  $\alpha$  (kuta koji zatvaraju ulazna i raspršena zraka).

$$g = 2\pi \int_0^\pi p(\cos \alpha) \cos \alpha d\alpha \quad (14)$$

Ime „fazna funkcija“ nema veze s fazom elektromagnetskog vala (svjetlosti). Porijeklo vuče iz astronomije gdje se referira na lunarne faze<sup>41</sup>.



Slika 23: Henyey - Greenstein fazna funkcija kao funkcija raznih parametara  $g$  (preuzeto iz <sup>36)</sup>)

Tada se kut raspršenja  $\theta$ , određuje pomoću sljedeće formule:

$$\cos \theta = \begin{cases} \frac{1}{2g} \left[ 1 + g^2 - \left( \frac{1-g^2}{1-g+2g\xi} \right)^2 \right] & \text{za } g \neq 0 \\ 2\xi - 1 & \text{za } g = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Kut azimuta  $\varphi$  je uniformno raspodijeljen unutar intervala  $[0, 2\pi]$ .

$$\varphi = 2\pi\xi \quad (16)$$

Ako je foton raspršen u kut definiran s  $\varphi$  i  $\theta$  iz smjera  $(\mu_x, \mu_y, \mu_z)$  u novi smjer  $(\mu'_x, \mu'_y, \mu'_z)$  tada su nove veličine dane izrazima:

$$\begin{aligned} \mu'_x &= \frac{\sin \theta}{\sqrt{1-\mu_z^2}} (\mu_x \mu_z \cos \varphi - \mu_y \sin \varphi) + \mu_x \cos \theta \\ \mu'_y &= \frac{\sin \theta}{\sqrt{1-\mu_z^2}} (\mu_y \mu_z \cos \varphi - \mu_x \sin \varphi) + \mu_y \cos \theta \\ \mu'_z &= -\sin \theta \cos \varphi \sqrt{1-\mu_z^2} + \mu_z \cos \theta \end{aligned} \quad (17)$$

Za poseban slučaj (okomit ulaz na površinu supstrata):

$$\mu_z = 1$$

Koristimo

$$\mu'_x = \sin \theta \cos \varphi$$

$$\mu'_y = \sin \theta \sin \varphi$$

$$\mu'_z = \cos \theta$$

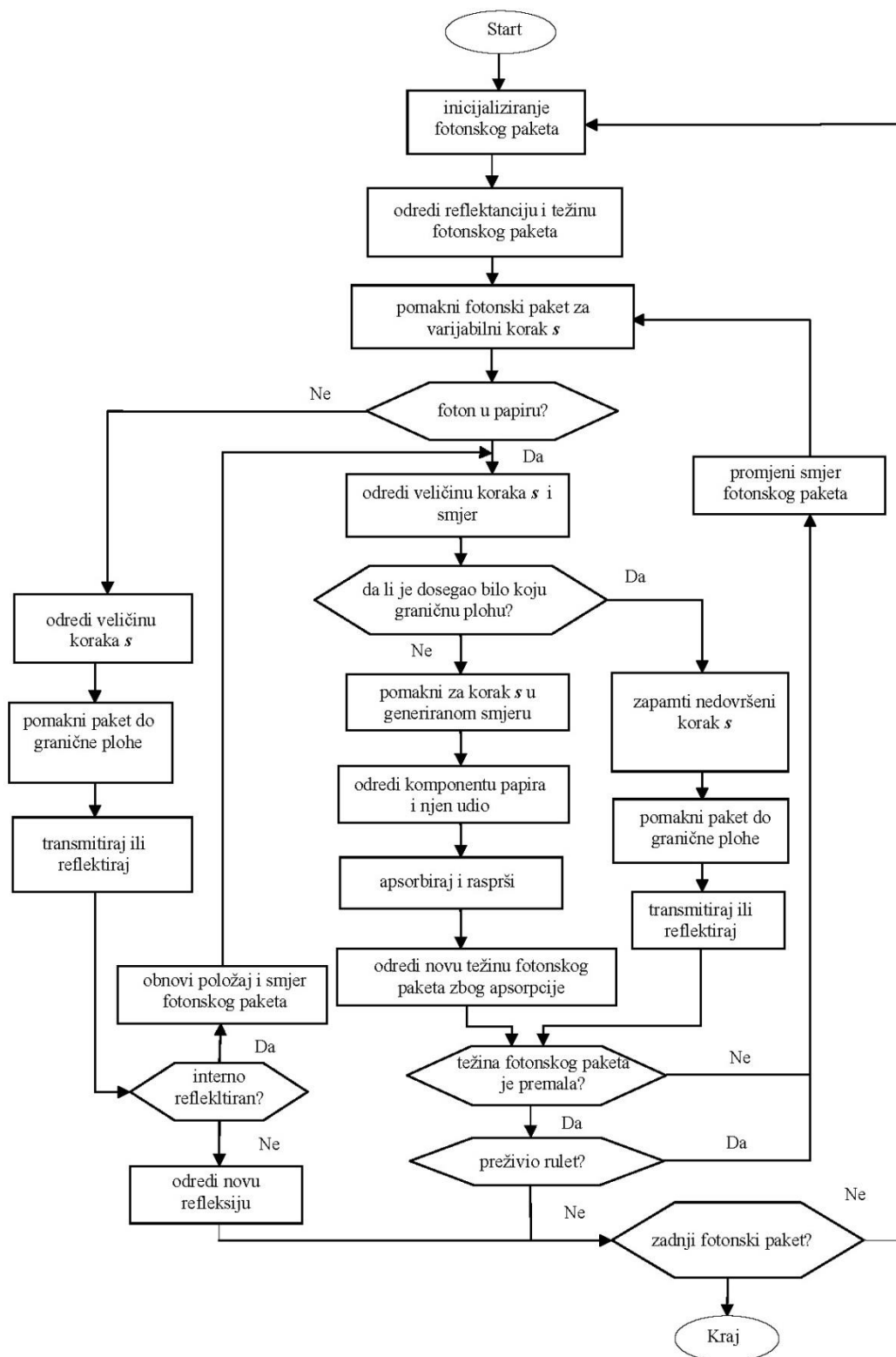
### 3.4. Uništenje fotona

Tijekom prostiranja paketa kroz medij njegova težina postepeno opada zbog mnogostrukih interakcija, ali nikad ne doseže vrijednost nula. Za većinu aplikacija težina preostala u paketu je od male važnosti. Nastavljajući s propagiranjem kroz medij paket s malom težinom donijet će nam vrlo malo informacija i pri tome će potrošiti veliku količinu računalnog vremena. Ipak, zanemarivanje ostatka težine narušava zakon očuvanja energije što svakako treba izbjeći. Da bi se takve pakete izbacilo iz daljeg računa koristimo se tehnikom koja se naziva *rulet* koja takve pakete uništava kad vrijednost njihove težine padne ispod neke unaprijed određene granične vrijednosti. Granična vrijednost je unaprijed specificirana minimalna težina kod koje dolazi do terminacije paketa. Ova tehnika ruleta<sup>42</sup> daje paketu šansu da jedan od  $m$  preživi s težinom  $mW$  ( $m$  je cijeli broj). To se matematički izražava:

$$\begin{aligned} \text{ako } \xi \leq \frac{1}{m} & \quad \text{tada } W \leftarrow mW \\ \text{ako } \xi > \frac{1}{m} & \quad \text{tada } W = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Cijeli pristup opisa transporta svjetlosti u okviru Monte Carlo aproksimacije je mnogo kompleksniji jer su se prilikom modeliranja supstrata morale uzeti u obzir optičke karakteristike njegovih konstituenata. Detaljniji uvid u simulaciju dat je dijagramom toka:





Slika 24: Pojednostavljeni dijagram toka za računatu Monte Carlo simulaciju raspršenja svjetlosti u papiru rađenu pomoću MathCad 11 programa (preuzeto iz <sup>36</sup>)

## 4. KONVOLUCIJA

Često je korisno sliku na neki način transformirati, stvarajući novu koja je pogodnija za daljnje manipulacije. Obrada slike uključuje potragu za metodama za postizanje takve transformacije. Većina do sada ispitanih metoda su linearne i invarijantne na pomak u domeni. Metode s tim svojstvima omogućuju nam primjenu moćnih analitičkih alata. U ovom poglavlju pokazat ćemo koji se linearni, invarijantni na pomak sustavi mogu opisati konvolucijom.

Također će biti pokazana korisnost koncepta prostorne frekvencije i transformacija između prostorne i frekvencijske domene. Sustavi za obradu slike, bilo optički ili digitalni, mogu se okarakterizirati ili u prostornoj domeni, svojom funkcijom razmazivanja točke (PSF), ili u frekvencijskom području, svojom modulacijskom prijenosnom funkcijom. Alati koji se spominju u ovom poglavlju primijenit će se na analizu parcijalnih diferencijalnih operatora koji se koriste od detekcije ruba, pa do analize optimalnih metoda filtriranja za suzbijanje šuma.

Slike se koriste kao zapis ili prikaz korisne informacije. Zbog nepravilnosti u procesu akvizicije, snimljena slika uvijek predstavlja degradiranu verziju originalne scene. Uklanjanje tih nepravilnosti ključno je za mnoge zadatke naknadne obrade slike. Postoji širok raspon različitih degradacija koje treba uzeti u obzir, kao što su šum, geometrijske degradacije (razne distorzije), nepravilnosti osvjetljenja i boje (nekorektna ekspozicija, zasićenje), i zamućenje. U ovom je radu naglasak na osnovnim metodama za uklanjanje zamućenja snimljenih uzoraka (prostorno diskretnih) slika<sup>43,44,45</sup>.

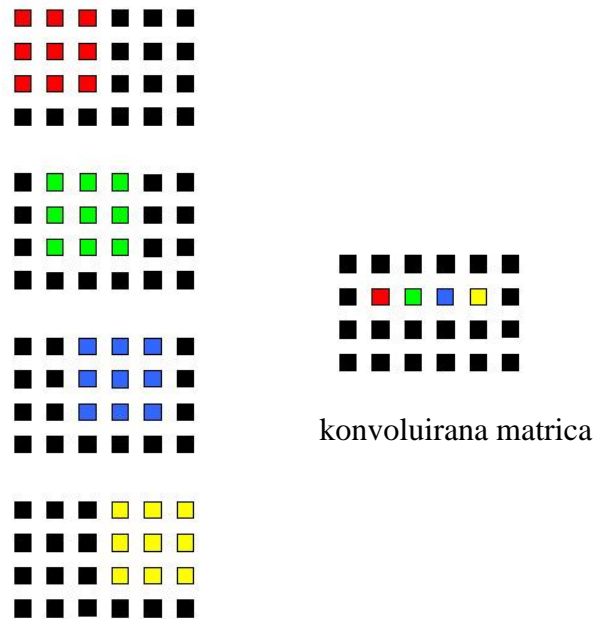
Uz efekte zamućivanja prisutan je i šum koji uvijek kvari sve snimljene slike. Šum može biti generiran samim medijem u kojem se slika stvara (nasumična apsorpcija ili efekti raspršenja), sensorom šuma, pogreškama mjerenja zbog ograničene preciznosti sustava za snimanje, te kvantizacijom podataka za digitalnu pohranu.

Digitalna obrada slike ima mnoge prednosti nad analognom obradom slike, jer omogućuje mnogo širi spektar algoritama koji se primjenjuju na ulazne podatke te se izbjegavaju problemi poput generiranja šuma i izobličenja signala za vrijeme obrade. Budući da su slike definirane u dvije dimenzije (ili više) digitalna obrada slike može se modelirati u formi višedimenzionalnih sustava. Na primjer, slike se mogu promatrati kao zbroj impulsa, tj. skaliranih i pomaknutih delta funkcija. Isto tako, linearni sustavi su karakterizirani načinom

kako reagiraju na ulazne impulse, tj. po njihovim impulsnim odgovorima. Kako očekujemo, izlazna slika iz sustava jednaka je ulaznoj slici konvoluirana s impulsnim odzivom sustava.

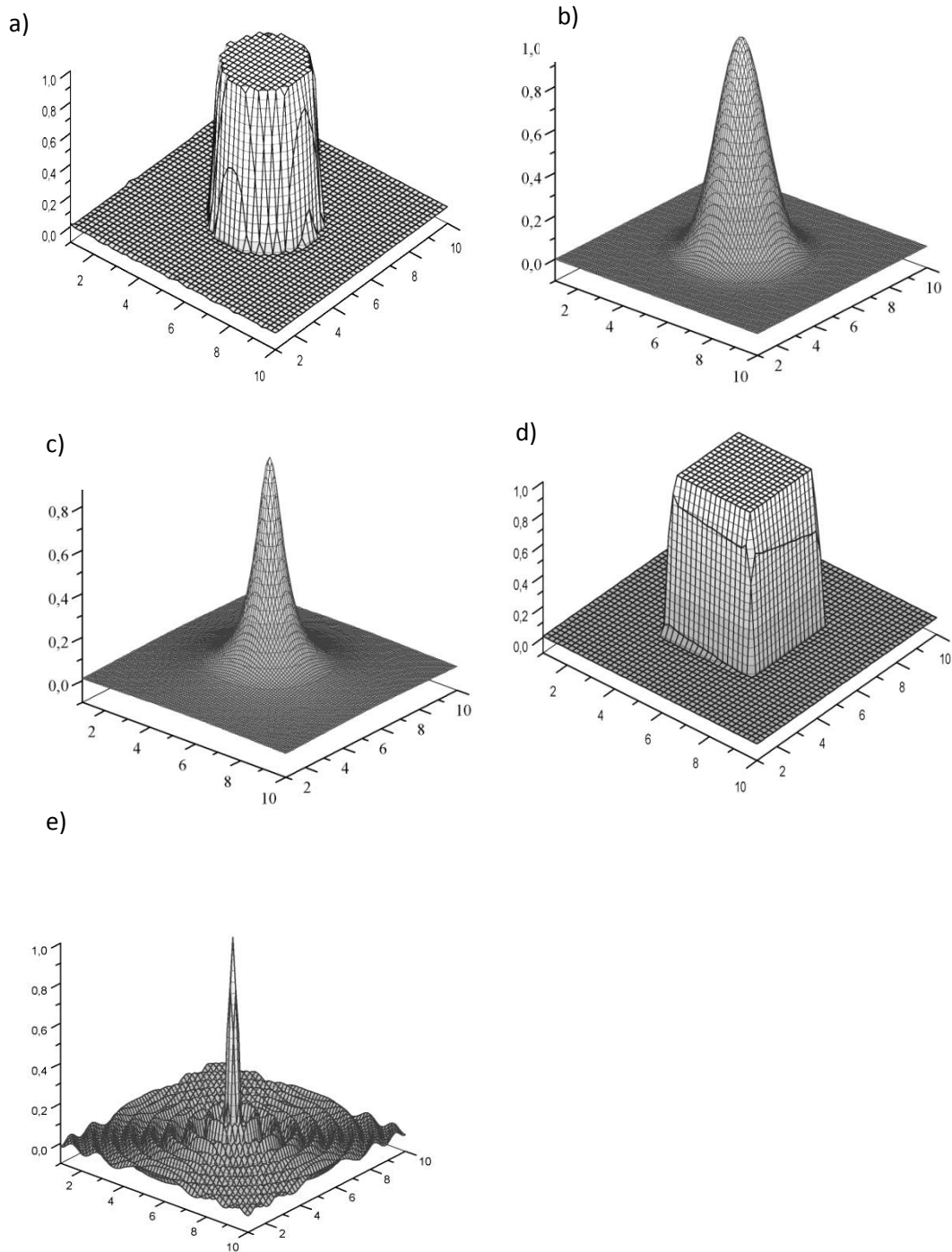
Dvodimenzionalna konvolucija je jedna od najčešćih metoda filtriranja digitalne slike. Jedan od najtežih problema prilikom analize optičkog dot gaina<sup>46</sup> je dobivanje pogodne PSF. Neki autori nazivaju analizu slike koja nije bazirana na poznavanju točne PSF *slijepim dekonvolucijskim algoritmima*<sup>47</sup>.

Konvolucija, matematička operacija na pikselu, proces je klizanja matrice filtra (koju zovemo jezgra - kernel) preko matrice slike, množenjem svakog elementa u području preklapanja, zbrajanjem rezultata, te ugradnjom dobivenog iznosa kao elementa matrice rezultata. Ne ulazeći u detalje matričnog računa to je ilustrirano na slici. To je težinska suma sivih vrijednosti okolnih piksela. Susjedstvo uključuje i piksel koji razmatramo i simetrično je distribuirano oko tog piksela. Jasno, ako je susjedstvo centrirano oko piksela, onda mora imati neparnu dimenziju, npr.,  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ , itd. Susjedstvo ne mora biti definirano kao kvadrat, što je obično slučaj, budući da se rijetko iz nekog razloga preferira X ili Y smjer. Konvolucija odgovara množenju u domeni prostornih frekvencija, što je ekvivalent za filtriranje nekih komponenti frekvencije slike. Točan tip filtriranja ovisi o tome koja se jezgra koristi. Neke jezgre će filtrirati komponente visoke frekvencije, a neke će filtrirati niskofrekventne komponente. Primjeri različitih jezgri dani su ovdje u sljedećih nekoliko odjeljaka. U ovom se primjeru koristi jezgra  $3 \times 3$ . Kvadrati u boji konvolucijske matrice odgovaraju množenju i zbrajanju u odgovarajućim obojenim područjima.



Slika 25: Ilustracija konvolucije jezgrom  $3 \times 3$ . (Preuzeto iz MathCad 11 računalnog programa)

Kao i kod jednodimenzionalnih signala, konvolucija slike može se promatrati na dva načina: sa strane ulaza, i sa strane izlaza. Promatra li se slika s ulazne strane, svaki piksel ulazne slike doprinosi skaliranoj i pomaknutoj verziji funkcije razmazivanja točke (PSF) izlazne slike. Odnosno, gledamo li sa strane izlaza, svaki piksel u izlaznoj slici je pod utjecajem grupe piksela ulaznog signala. Za jednodimenzionalni signal, ovo područje utjecaja je impulsni odziv zrcaljen u jednoj dimenziji (npr. lijevo-desno). Za dvodimenzionalnu sliku, to je PSF zrcaljena lijevo-desno i gore-dolje. Budući da je većina funkcija razmazivanja točke koje se koriste u digitalnoj obradi slike simetrična oko vertikalne i horizontalne osi, ova zrcaljenja ništa ne pridonose te ih se može ignorirati. Naravno, postoje i nesimetrične PSF kod kojih se zrcaljenje mora uzeti u obzir.



Slika 26: Uobičajene funkcije razmazivanja točke. Cirkularna (a), Gaussova (b), Lorentzova (c) i kvadratična (d) uobičajene su funkcije (filteri) za izgladivanje (low-pass filter). Sinc funkcija, (e).

Slika 26 pokazuje nekoliko uobičajenih PSF. Na slici (a) prikazana je cirkularna PSF (pillbox) koja ima kružni vrh i ravne bočne strane. Na primjer, ako objektiv fotoaparata nije pravilno fokusiran, svaka će točka na slici biti projicirana na kružno mjesto na senzoru. Drugim riječima, cirkularna PSF opisuje ponašanje leće izvan fokusa.

Gaussova PSF, prikazana na slici (b) je PSF slikovnih sustava ograničenih slučajnim nesavršenostima. Na primjer, slika dobivena teleskopom je zamućena zbog atmosferskih turbulencija, što uzrokuje da svaka točka svjetlosti postaje Gaussijan u konačnoj slici. Senzori, kao što su CCD ili mrežnica, često su ograničeni raspršenjem svjetlosti ili elektrona. Prema centralnom graničnom teoremu<sup>ii</sup> Gaussovo je razmazivanje rezultat tih vrsta slučajnih procesa. Lorentzova funkcija (c) dobivena je proučavanjem ruba tiskanih rasterskih elemenata temeljeno na Monte Carlo<sup>48</sup> pristupu određivanja raspršenja svjetlosti u papiru.

Slika konvoluirana s cirkularnom i Gaussovom PSF<sup>49</sup> biti će zamućena i imati loše definirane rubove, ali će imati niži nivo slučajnog šuma. Te funkcije se nazivaju filteri za izgladivanje (smoothing), kad promatramo njihovo djelovanje u vremenskoj domeni, ili low-pass filteri, kad trebamo informaciju o tome kako tretiraju frekvencijsku domenu. Kvadratična PSF, prikazana u (d), također se može koristiti kao filter za izgladivanje, ali nije kružno simetrična. To rezultira time da je zamućenje različito u dijagonalnim smjerovima u odnosu na vertikalno i horizontalno. Ovisno o primjeni ovo svojstvo može ili ne mora biti važno. Slika (e) pokazuje dvodimenzionalnu sinc funkciju. Jednodimenzionalna obrada signala koristi se takvim funkcijama za odvajanje frekvencija. S obzirom na to da slike nemaju podatke kodirane u frekvencijskoj domeni, sinc funkcije ponekad se koriste kao jezgra filtera obrada slike, iako se koristi u nekim teorijskim problemima. Sinc funkcija opada vrlo sporo s amplitudom ( $1/x$ ), što znači da je se mora tretirati kao beskrajno široku. Sinc funkcija malo se koristi u obradi slike, jer slike obično imaju podatke kodirane u prostornoj domeni, a ne u frekvencijskom području<sup>46</sup>.

Suprotno od filtera za izgladivanje je filter za pooštrenje ruba (slike) ili high-pass filter. Jezgra (kernel) filtera za pooštrenje ruba formira se uzimanjem negativa filtera za izgladivanje i dodajući delta funkciju u centru. Obrada slike koja se događa na mrežnici primjer je ove vrste filtera.

---

<sup>ii</sup> U teoriji vjerojatnosti, centralni granični teorem (CLT) navodi uvjete pod kojima će srednja vrijednost dovoljno velikog broja nezavisnih slučajnih varijabli, svaka s konačnom srednjom vrijednosti i standardnom devijacijom, slijediti normalnu raspodjelu. Centralni granični teorem također zahtijeva da slučajne varijable budu identično distribuirane, osim ako se ispune određeni uvjeti. Budući da su u stvarnom svijetu veličine obično uravnotežene sume mnogih nezapaženih slučajnih događaja, ovaj teorem daje djelomično objašnjenje za nadmoćnost normalne raspodjele vjerojatnosti. CLT tako opravdava aproksimiranje statistike velikog broja uzorka s normalnom raspodjelom u kontroliranim pokusima.

Evaluacija konvolucije s velikim jezgrama u serijskom procesoru obično je vrlo spora. Na primjer, konvolucija slike od  $512^2$  piksela s jezgrom (kernelom)  $M \times M$  zahtijeva:  $2 \cdot 512^2 \times M^2$  operacija (multipliciranje i zbrajanje) (ukupno  $4,7 \times 10^6$  operacija s jezgrom  $3 \times 3$  odnosno  $25,7 \times 10^6$  operacija s jezgrom  $7 \times 7$ ). Povećanje izračuna s  $M^2$  ukazuje na to da konvoluiranje velikih slika s velikim jezgrama nije lako. U raspravi koja slijedi uvest će se alternativna metoda za računanje konvolucije preko Fourierove transformacije koja zahtijeva mnogo manje operacija za velike slike.

## 4.1. Fourierova transformacija

### 4.1.1. Kontinuirana Fourierova transformacija

Fourierova transformacija je važna u matematici, inženjerstvu i prirodnim znanostima. Njezin diskretni oblik, diskretna Fourierova transformacija (DFT), koja se obično izračunava s pomoću tzv. brze Fourierove transformacije (Fast Fourier Transform - FFT), revolucionirao je moderno društvo kroz sveprisutnu digitalnu elektroniku i obradu signala. Posebno su veliki korisnici Fourierove transformacije radioastronomi iz istog razloga kao i grafičari koji se bave obradom slike, jer su Fourierove transformacije ključne komponente obrade podataka (npr., oština slike, filtriranje,...).

Fourierova transformacija je reverzibilna, linearna transformacija s mnogim važnim svojstvima. Za bilo koju funkciju  $f(x)$  (koja može biti realna ili kompleksna), Fourierova transformacija označava se sa  $F(s)$ , pri čemu je produkt  $x$  i  $s$  bezdimenzionalan. Često je  $x$  mjera vremena  $t$  (tj. signala u vremenskoj domeni) pa  $s$  odgovara inverznom vremenu ili frekvenciji  $\nu$  (tj. frekvencijskoj domeni signala).

Fourierova transformacija definirana je kao

$$F(s) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2\pi isx} dx \quad (19)$$

te inverzna transformacija

$$f(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} F(s)e^{2\pi isx} ds \quad (20)$$

U oba slučaja,  $i \equiv \sqrt{-1}$ . Alternativne definicije Fourierove transformacije temelje se na kružnoj frekvenciji ( $\omega = 2\pi\nu$ ) i imaju različite normalizacije, odnosno konvenciju suprotnog predznaka u kompleksnom eksponencijalu. Budući da je Fourierova transformacija reverzibilna, često se koristi simbol simetričnosti  $\Leftrightarrow$  koji znači: "je Fourierova transformacija od", npr.:  $F(s) \Leftrightarrow f(x)$ .

Kompleksna eksponencijalna funkcija je srce transformacije. Realni i imaginarni dijelovi kompleksne eksponencijalne funkcije su sinusoidi. Točan odnos poznat je kao Eulerova formula

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

te vrijedi identitet  $e^{i\pi} + 1 = 0$ . Kompleksnim eksponencijalima puno je lakše manipulirati nego trigonometrijskim funkcijama i oni pružaju kompaktnu notaciju za rad sa sinusoidama proizvoljnih faza, koje tvore osnovu Fourierove transformacije.

#### 4.1.2. Diskretna Fourierova transformacija

Kontinuirana Fourierova transformacija pretvara signal u vremenskoj domeni beskonačnog trajanja u kontinuirani spektar koji se sastoji od beskonačnog broja sinusoida. U našim promatranjima bavimo se signalima koji su diskretno uzorkovani, obično u stalnim vremenskim razmacima, te konačnog trajanja. Za takve je podatke potreban samo konačan broj sinusoida i tu se koristi diskretna Fourierova transformacija (DFT). Za skoro svaki teorem ili svojstvo Fourierove transformacije, postoji teorem ili svojstvo koji vrijede za DFT. Diskretna Fourierova transformacija (DFT) od  $N$  jednoliko uzorkovanih točkastih podataka  $x_j$  (gdje je  $j = 0, 1, \dots, N-1$ ) i njezin inverz definirani su

$$X_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{-2\pi i j k / N}$$

$$x_j = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2\pi i j k / N}$$



Kako je već spomenuto, predznak i normalizacijske konvencije mogu se razlikovati, ali naša definicija je najuobičajenija. Kontinuirana varijabla zamijenjena je diskretnom varijablom (obično cijeli broj).

Neka je  $f(x)$  bilo koja periodička funkcija koja se razumno ponaša i ima period  $2\pi$ , to jest,  $f(x+2\pi) = f(x)$  za sve  $x$  u svojoj domeni<sup>iii</sup>. Formiramo konačnu sumu

$$\begin{aligned} S_n(x) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots + a_n \cos nx + \\ &\quad + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots + b_n \sin nx \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^n (a_m \cos mx + b_m \sin mx) \end{aligned} \quad (21)$$

u kojoj su koeficijenti  $a_m$  i  $b_m$  realni brojevi (razlog za podjelu  $a_0$  sa 2 postat će jasan malo kasnije); indeks  $n$  u  $S(x)$  pokazuje o kojem broju sinusa i kosinusa suma ovisi. S obzirom na to da je  $S_n(x)$  suma članova  $\cos mx$  i  $\sin mx$  za  $m = 1, 2, 3, \dots$ , ona je periodična funkcija od  $x$  s periodom  $2\pi$ ; međutim priroda ove funkcije, naravno, ovisi o koeficijentima  $a_m$  i  $b_m$  (kao i o njihovom broju  $n$ ).

Postavlja se pitanje da li je moguće odrediti te koeficijente, tako da suma  $S_n(x)$  (21) za velike  $n$  aproksimira funkciju  $f(x)$  u intervalu  $-\pi < x < \pi$ . Drugim riječima, možemo li odrediti koeficijente  $a_m$  i  $b_m$ , tako da vrijedi

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^n (a_m \cos mx + b_m \sin mx) \quad (22)$$

za svaku točku u intervalu  $-\pi < x < \pi$ ? Naravno, traži se da se aproksimacija poboljšava kako  $n$  raste te da za  $n \rightarrow \infty$  bude jednaka originalnoj funkciji; tj.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x) = f(x)$ . Ako je to uistinu moguće, možemo reći da red (22) konvergira ka  $f(x)$  i pisati

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cos mx + b_m \sin mx) \quad (23)$$

---

<sup>iii</sup>Pod razumnim ponašanjem mislimo da je  $f(x)$  glatka na  $-\pi < x < \pi$ , tj. da je kontinuirana i derivabilna u tom području osim eventualno u konačnom broju konačnih diskontinuiteta. U diskontinuitetu, definiramo  $[f(x^-) + f(x^+)]/2$ , to jest, srednja vrijednost između vrijednosti  $f(x)$  lijevo i desno od točke diskontinuiteta. Za potpunu raspravu, Richard Courant, *Differential and Integral Calculus* (London: Blackie & Son, 1956), vol. 1, chap. 9.

U nastavku se pretpostavlja da red (22) konvergira ka  $f(x)$  u intervalu  $-\pi < x < \pi$  te možemo odrediti koeficijente<sup>iv</sup>. Naše polazište su tri integracione formule

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nxdx = \begin{cases} 0, & \text{ako } m \neq n \\ \pi, & \text{ako } m = n \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nxdx = \begin{cases} 0, & \text{ako } m \neq n \\ \pi, & \text{ako } m = n \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nxdx = 0 \quad \text{za sve } m \text{ i } n$$

poznate kao *relacije ortogonalnosti* za sinus i kosinus.

Da bi se pronašli koeficijenti  $a_m$  za  $m = 1, 2, 3, \dots$ , množimo jednadžbu (23) s  $\cos mx$  i integriramo član po član unutar intervala  $-\pi < x < \pi$ . S obzirom na ortogonalnost svi će članovi na desnoj strani jednadžbe biti nula, osim člana

$$(a_m \cos mx) \cdot \cos mx = a_m \cos^2 mx = a_m (1 + \cos 2mx) / 2$$

čiji je integral od  $-\pi$  do  $\pi$  jednak  $\pi a_m$ . Prema tome

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos mx dx, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

Da bi se odredio koeficijent  $a_0$ , ponovit ćemo postupak, ali budući da je sada  $m = 0$ , množenje jednadžbe (23) s  $\cos(0 \cdot x) = 1$  ostavlja je nepromijenjenom, tako da će jednostavno integriranjem izraza od  $-\pi$  do  $\pi$ , opet svi članovi biti nula osim člana

$$\left(\frac{a_0}{2}\right) \int_{-\pi}^{\pi} dx = \left(\frac{a_0}{2}\right) (2\pi) = \pi a_0.$$

Na taj način se dobiva  $a_0$

---

<sup>iv</sup>Situacija podsjeća na prikazivanje funkcije  $f(x)$  kao red potencija  $\sum_{i=0}^n a_i x^i$ : moramo odrediti koeficijente tako da suma aproksimira funkciju u svakoj točki u intervalu konvergencije.

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (25)$$

Treba imati na umu da je jednačba (25) zapravo poseban slučaj jednačbe (24) za  $m = 0$ ; ovo je razlog zašto smo odabrali da je konstantni član u jednačbi (23) jednak  $a_0/2$ . Da smo odabrali da bude  $a_0$ , desna strana jednačbe (25) trebala bi biti podijeljena sa 2.

Analognim razmišljanjem dobivamo i jednačbe za koeficijente  $b_m$ .

$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin mx dx, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

Jednačbe (24) do (26) poznate su kao Eulerove jednačbe, a one nam omogućuju da nađemo svaki koeficijent Fourierovog niza. Naravno, ovisno o prirodi  $f(x)$ , integracija se može ili ne može izvesti pomoću elementarnih funkcija, te u potonjem slučaju moramo pribjeći numeričkoj integraciji.

Formulirali smo Fourierov teorem za funkcije čiji period je  $2\pi$ , ali to se lako može prilagoditi na funkcije s proizvoljnim periodom  $P$  supstituiranjem  $x' = (2\pi/P)x$ . Tada postaje zgodnije formulirati teorem u smislu kružne frekvencije  $\omega$  definirane kao  $\omega = (2\pi/P)$ . Fourierov teorem tada kaže da se bilo koja periodička funkcija može napisati kao suma beskonačno mnogo članova sa sinusom i kosinusom čije su kutne frekvencije  $\omega$ ,  $2\omega$ ,  $3\omega$  i tako dalje. Najniža od tih frekvencija ( $\omega$ ) je *fundamentalna frekvencija*, i njezini višekratnici su poznati kao *harmonici*.

Riječ harmonički, naravno, dolazi nam iz glazbe, tako da nas na trenutak uvodi u svijet zvuka. Glazbeni zvuk – ton – je produkt regularnih, periodičnih vibracija nastalih vibriranjem materijalnog tijela kao što su violinska žica ili stupac zraka u flauti. Ove regularne vibracije proizvode u uhu podražaj koji se može zapisati kao nota na notno crtolje. Nasuprot tome, nemuzikalni zvukovi – šum – posljedica su neregularnih, nasumičnih vibracija, te obično s nedostatkom osjećaja visine tona. Glazba je, dakle, područje periodičnih vibracija. Rezultat DFT od  $N$  ulaznih točaka vremenske serije je frekvencijski spektar  $N$  točaka, sa Fourierovim frekvencijama  $k$  u rasponu od  $-(N/2)-1$  preko nulte frekvencije ili takozvane "DC" komponente, pa do najviše Fourierove frekvencije  $N/2$ . Svaki indeks predstavlja cijeli broj sinusoidalnih perioda prisutnih u vremenskoj seriji. Amplitude  $A_k$  i faze  $\phi_k$  predstavljaju amplitude i faze tih sinusoida. Ukratko, svaka košarica se može opisati  $X_k = A_k e^{i\phi_k}$ .

Za realne ulazne podatke, međutim, rezultirajuća DFT je *hermitska* – realni dio spektra je parna, a imaginarni dio je neparna funkcija, tako da je  $X_{-k} = \overline{X_k}$  (crta povrh izraza predstavlja kompleksnu konjugaciju). To znači da sve "negativne" Fourierove frekvencije ne daju nove informacije. Nema informacije koju stvara ili uništava DFT.

Obično se DFT računa revolucionarnim algoritmom koji je poznat kao brza Fourierova transformacija (Fast Fourier Transform ili FFT). FFT je otkrio Gauss 1805, te je taj algoritam otada mnogo puta ponovno otkriven iako se njegov moderni oblik pripisuje J. W. Cooleyju i J. W. Tukeyju<sup>50</sup>. Ključna prednost FFT nad DFT je da se operativna složenost za DFT bitno smanjuje za FFT.

#### 4.1.3. Teorem uzorkovanja (Sampling theorem)

Da bi DFT predstavljala funkciju točno, originalna funkcija mora biti uzorkovana s dovoljno visokom stopom (treba uzeti dovoljno mnogo uzoraka). Odgovarajuća stopa za jednoliko uzorkovane vremenske serije određena je Nyquistovim teoremom ili Shannonovim teoremom. Taj teorem navodi da se bilo koji kontinuirani signal u osnovnom frekvencijskom pojasu (signal koji se širi prema nultoj frekvenciji) može rekonstruirati identično ako je signal ograničen širinom pojasa, a frekvencija uzorkovanja je barem dvostruko veća od širine pojasa signala (tj. najviše frekvencije koja se prenosi signalom). Ta kritična brzina uzorkovanja,  $1/\Delta t$ , gdje je  $\Delta t$  vrijeme između dva uzastopna uzorka, poznata je kao Nyquistova brzina, a to je svojstvo vremenske domene signala na temelju svog frekventnog sadržaja. Ako se vremenska domena signala jednoliko uzorkuje, tada frekvencija odgovara jednoj polovini te brzine (stope) koja se zove Nyquistova frekvencija,

$$v_{N/2} = 1/(2\Delta t)$$

Nyquistova frekvencija opisuje visoku frekvenciju odsijecanja sustava koji uzima uzorke, te je stoga svojstvo tog sustava. Bilo koje frekvencije koje su prisutne u originalnom signalu a imaju višu frekvenciju od Nyquistove frekvencije bit će poduzorkovane (aliased) na druge niže frekvencije u pojasu uzorkovanja kao što je opisano u nastavku. Ako je taj signal bio pojasno ograničen i tada uzorkovan Nyquistovom brzinom, u skladu s teoremom uzorkovanja, poduzorkovanje se neće pojaviti. (U obradi signala i srodnih disciplina, poduzorkovanje (aliasing) se odnosi na efekt koji uzrokuje da se različiti uzorkovani signali međusobno ne razlikuju).

U DFT, gdje  $N$  uzoraka obuhvaća ukupno vrijeme  $T = N\Delta t$ , razlučivost frekvencija je  $1/T$ . Svaki broj  $k$  Fourierove košarice (bin) predstavlja točno  $k$  sinusoidalnih oscilacija u originalnom podatku  $x_j$ , a time i frekvenciju  $\nu = k/T$  [Hz]. Nyquistova frekvencija odgovara košarici  $k = \nu_{N/2}T = T/(2\Delta t) = NT/(2T) = N/2$ . Ako signal nije ograničen širinom pojasa i postoje komponente većih frekvencija [sa  $k > N/2$  ili  $\nu > N/(2T)$  Hz], te frekvencije će se pojaviti u DFT poduzorkovane unatrag na niže frekvencije  $f_a = N/T - \nu$ , uz pretpostavku:

$$N/(2T) < \nu < N/T.$$

Takvo poduzorkovanje može se izbjeći filtriranjem ulaznih podataka kako bi se osiguralo ispravno *pojasno ograničenje*.

Vizualni primjer poduzorkovanog signala često se javlja u western filmovima gdje brzina filmske kamere od 24 sličice u sekundi izvodi "stroboskopsko" uzorkovanje brzo rotirajućeg kotača vagona. Kada je brzina rotacije kotača ispod Nyquistove brzine (12 Hz), čini se da se vrti pravilnom brzinom i u ispravnom smjeru. Kada je rotacija brža od 12 Hz, ali sporija od 24 Hz, čini se da se rotira u suprotnom smjeru, i to sporije. Kako se rotacija približi 24 Hz, kotač prividno usporava i rotacija prestaje kad je brzina jednaka dvostrukoj Nyquistovoj brzini. (Napomena: Zbog simetrije kotača vagona, ovo je malo pojednostavljena slika. Poduzorkovanje se zapravo događa pri rotaciji kotača brzinom većom od 12 Hz podijeljenom s brojem žbica.)

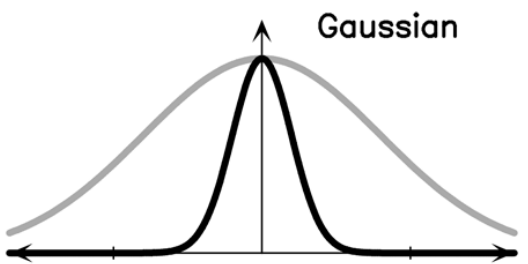
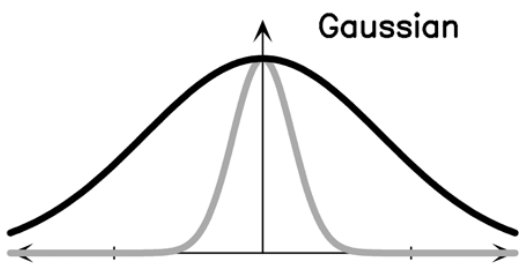
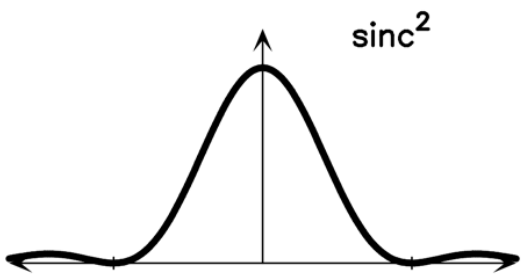
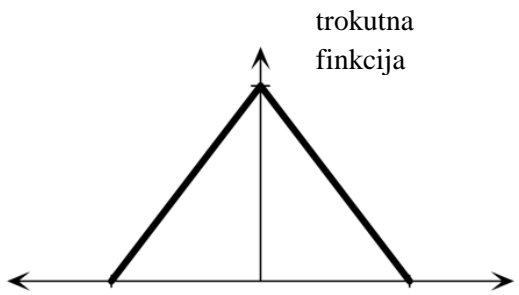
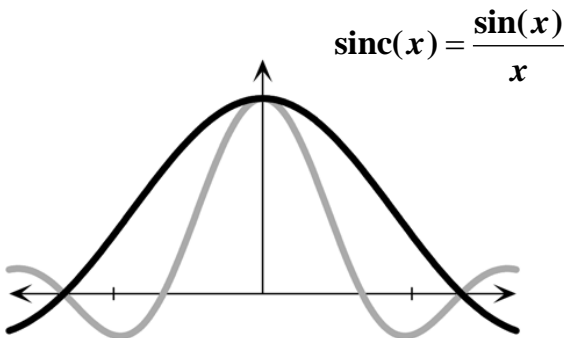
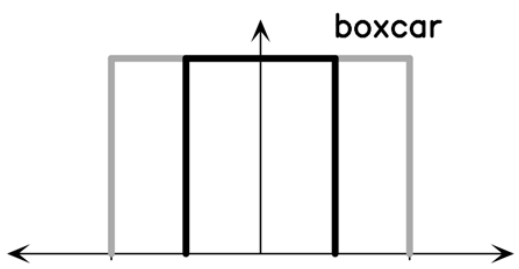
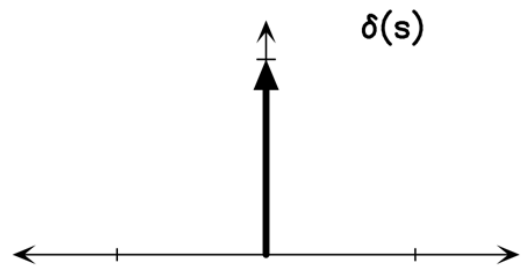
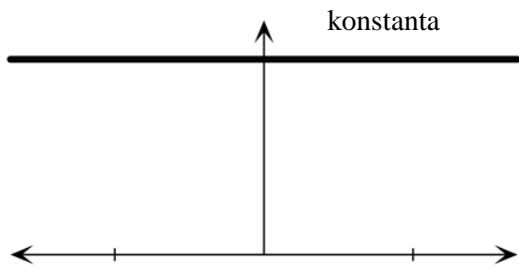
#### 4.1.4. Spektar snage

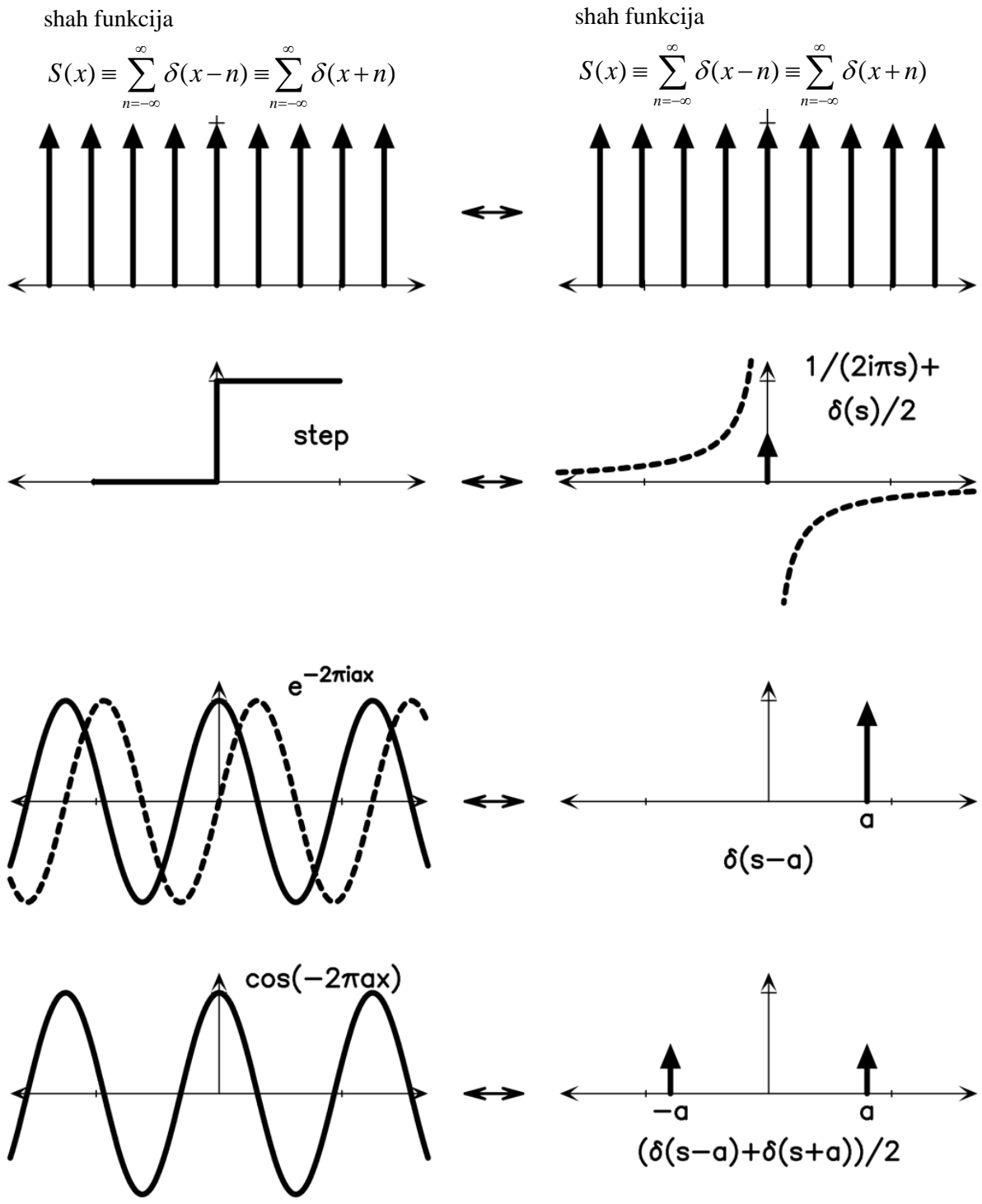
Korisna veličina je spektar snage  $\overline{F(s)} \cdot F(s) = |F(s)|^2$ . Spektar snage ne sadrži podatke o fazi izvorne funkcije. Rayleighev teorem (ponekad se naziva Plancherelov teorem) pokazuje da je integral snage spektra jednak integralu kvadrata modula funkcije (tj. energija u frekventnoj i vremenskoj (prostornoj) domeni su jednake):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(s)|^2 ds$$

#### 4.1.5. Osnovne transformacije

Sljedeće slike prikazuju osnovne parove Fourierove transformacije.





Slika 27: Osnovni parovi Fourierove transformacije.

## 4.2. Osnovni Fourierovi teoremi

**Adicioni teorem:** Fourierova transformacija zbroja dviju funkcija  $f(x)$  i  $g(x)$  je zbroj njihovih Fourierovih transformacija  $F(s)$  i  $G(s)$ . Ovaj osnovni teorem proizlazi iz linearnosti Fourierove transformacije. Poseban slučaj je da ako je  $a$  konstanta, onda vrijedi  $af(x) \Leftrightarrow aF(s)$ .

$$f(x) + g(x) \Leftrightarrow F(s) + G(s)$$

**Teorem pomaka:** Funkcija  $f(x)$  pomaknuta duž x-osi za  $a$  postane  $f(x-a)$  te ima Fourierovu transformaciju  $e^{-2\pi ias} F(s)$ . Iznos transformacije je isti, samo se faza mijenja.

$$f(x-a) \Leftrightarrow e^{-2\pi ias} F(s)$$

Dokaz:

Imamo Fourierovu transformaciju signala koji ima jednostavan pomak u vremenu (oznaka  $F$  označava operator Fourierove transformacije; vidi jednadžbe (19) i (20):

$$\mathcal{F}\{x(t-t_0)\} = e^{-i\omega t_0} X(i\omega)$$

tj. izvornu Fourierovu transformaciju, ali uz pomak u fazi za  $-\omega t_0$ .

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ x(t-t_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega(t-t_0)} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-i\omega t_0} X(i\omega)) e^{i\omega t} d\omega \\ &= e^{-i\omega_0 t} X(i\omega) \end{aligned}$$

no to je upravo jednadžba za Fourierovu transformaciju  $e^{-i\omega_0 t} X(i\omega)$

To nam govori da modulacija funkcije u frekventnom području (kao što je množenje kompleksnim eksponencijalom frekvencije, kosinusnim ili sinusnim valom) odgovara pomaku u vremenu.

**Teorem sličnosti:** Za funkciju  $f(x)$  s Fourierovom transformacijom  $F(s)$ , te ako je x-os skalirana konstantom  $a$ , tako da imamo  $f(ax)$ , Fourierova transformacija je  $|a|^{-1} F(s/a)$ . Drugim riječima, široka funkcija u vremenskoj domeni je uska funkcija u frekventnoj domeni.



Ovo je osnovni princip neodređenosti u kvantnoj mehanici i difrakcijske granice radioteleskopa.

$$f(ax) \Leftrightarrow \frac{F(s/a)}{|a|}$$

**Modulacijski teorem:** Fourierova transformacija funkcije  $f(x)$  pomnožena sa  $\cos(2\pi wx)$  je  $\frac{1}{2}F(s-w) + \frac{1}{2}F(s+w)$ . Ovaj teorem je vrlo važan u radioastronomiji jer opisuje kako signali mogu biti mješavina različitih srednjih frekvencija (npr. IFS).

$$f(x) \cos(2\pi wx) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(s-w) + \frac{1}{2}F(s+w)$$

**Teorem derivacije:** Fourierova transformacija derivacije funkcije  $f(x)$ ,  $f'(x)$ , je  $2\pi isF(s)$

$$f'(x) \Leftrightarrow 2\pi isF(s)$$

### 4.2.1. Intuitivno objašnjenje Fourierove teorije<sup>51</sup>

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) došao je 1807. godine na interesantnu ideju - bilo koja periodična funkcija može se napisati kao ponderirani zbroj sinusa i kosinusa različitih frekvencija. Kao kontroverzna, ideja je izazivala nevjericu u znanstvenim krugovima tog vremena tako da u nju nisu vjerovali ni Lagrange, ni Laplace, ni Poisson ni drugi veliki znanstvenici suvremenici, a teorija je prevedena na engleski tek pedesetak godina nakon njegove smrti, 1878. godine.

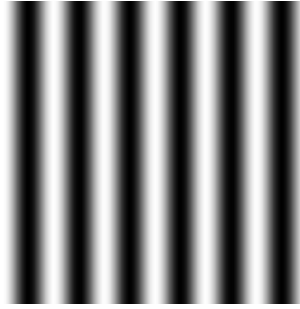
Fourierova teorija je matematički prilično komplicirana. No, postoje neki jednostavni holistički koncepti iza Fourierove teorije koji se mogu intuitivno relativno lako objasniti.

Fourierova teorija kaže da se bilo koji signal, u našem slučaju slika, može izraziti kao zbroj niza sinusoida. U slučaju slikovnog prikaza, to su sinusne varijacije u svjetlini duž slike. Na primjer, sinusoidalni uzorak prikazan na donjoj slici može biti prikazan jednim Fourierovim članom koji nam daje informaciju o: 1) prostornoj frekvenciji, 2) veličini (intenzitetu) (pozitivna ili negativna), i 3) fazi.



Slika 28: Primjer sinusoidalnog uzorka malih prostornih frekvencija.

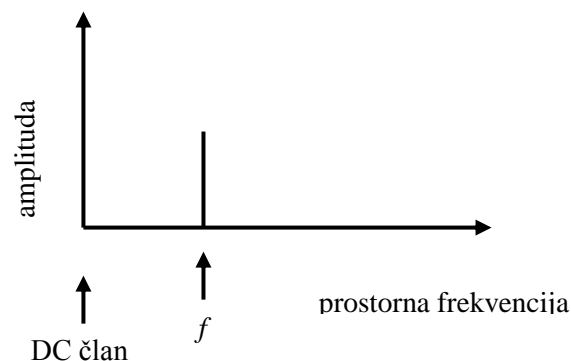
Ove tri vrijednosti daju sve informacije u sinusoidalnoj slici. Prostorna frekvencija je frekvencija u prostoru (x-osi u ovom slučaju) s kojim se osvjetljenje modulira. Na primjer, slika 29 pokazuje neki drugi sinusoidalni uzorak viših prostornih frekvencija.



Slika 29: Primjer sinusoidalnog uzorka viših prostornih frekvencija.

Intenzitet sinusoidalnog uzorka odgovara njegovom kontrastu, odnosno razlici između najtamnijeg i najsvjetlijeg dijela slike. Negativni intenzitet predstavlja obrat kontrasta, tj. svjetla područja postanu tamna i obrnuto. Faza pokazuje koliko je val pomaknut u odnosu na ishodište, u ovom slučaju pokazuje koliko je sinusoida pomaknuta lijevo ili desno.

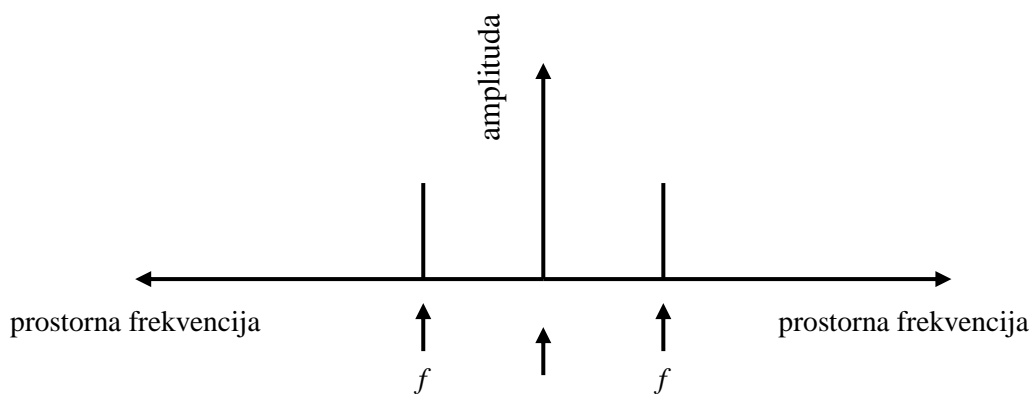
Fourierova transformacija uzima u obzir čitav niz sinusoida kroz niz prostornih frekvencija od nulte (nema modulacije, tj. usrednjena svjetlina cijele slike) pa sve do Nyquistove frekvencije, tj. najviše prostorne frekvencije koja može biti kodirana u digitalnoj slici, koje se odnose na rezoluciju, ili veličinu piksela. Fourierova transformacija uzima u obzir sve prostorne frekvencije prisutne u slici istovremeno. Signal koji sadrži samo jednu prostornu frekvenciju  $f$  ucrtava se kao jedan vrh u točki  $f$  duž osi prostornih frekvencija dok visina vrha odgovara amplitudi, odnosno kontrastu tog sinusoidalnog signala.



Slika 30: Signal koji sadrži samo jednu prostornu frekvenciju  $f$ .

Tu je i DC član koji odgovara nultoj frekvenciji i predstavlja prosječnu svjetlinu (brightness) preko cijele slike. Ako je DC član jednak nuli to znači da je prosječna svjetlina slike jednaka nuli, što bi značilo da se sinusoid mijenja između pozitivnih i negativnih vrijednosti svjetline slike. No, budući da ne postoji takva stvar kao negativna svjetlina, sve stvarne slike imaju pozitivan DC član, kao što je prikazano ovdje.

Zapravo, zbog matematičkih razloga koji su izvan dosega ovog rada Fourierova transformacija generira i zrcalnu sliku prostornih frekvencija oko ishodišta, s porastom prostornih frekvencija u oba smjera od ishodišta. Ta dva dijela su uvijek zrcalna refleksija jedan drugoga kao što je prikazano.

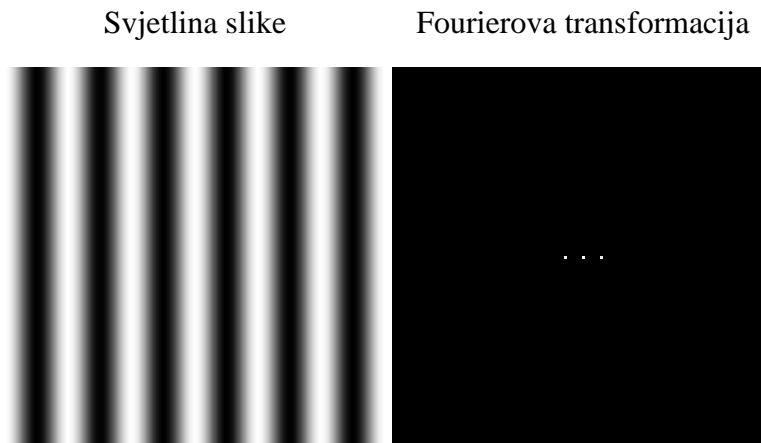


Slika 31: Fourierova transformacija generira i zrcalnu sliku prostornih frekvencija oko ishodišta.

Ono što je pokazano je zapravo Fourierova transformacija od jednog linijskog očitavanja sinusne slike, koja je jednodimenzionalni signal. Puna dvodimenzionalna Fourierova transformacija daje 1D transformaciju na svakom očitavanju linije ili redka slike i drugu 1D transformaciju na svakom stupcu slike, tako da je 2D Fourierova transformacija iste veličine kao i originalna slika.

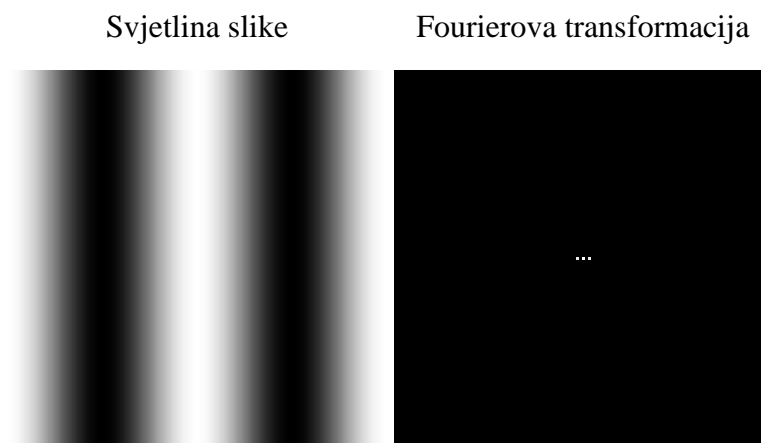
Slika 32 prikazuje sinusoidalnu svjetlinu slike i dvodimenzionalnu Fourierovu transformaciju. Svaki piksel od Fourierove slike je vrijednost prostorne frekvencije, iznos vrijednosti intenziteta daje svjetlinu piksela. U tom slučaju postoji svijetli piksel u samom centru - to je DC član, popraćen s dva sjajna piksela sa svake strane centra, koji reflektiraju sinusoidalni

uzorak. Što su svjetliji pikovi u Fourierovoj slici (slika Fourierove transformacije), to je veći kontrast svjetline slike. Budući da postoji samo jedna Fourierova komponenta (jedna sinusoida) na ovoj jednostavnoj slici, sve su ostale vrijednosti na Fourierovoj slici nula - prikazano kao crno.

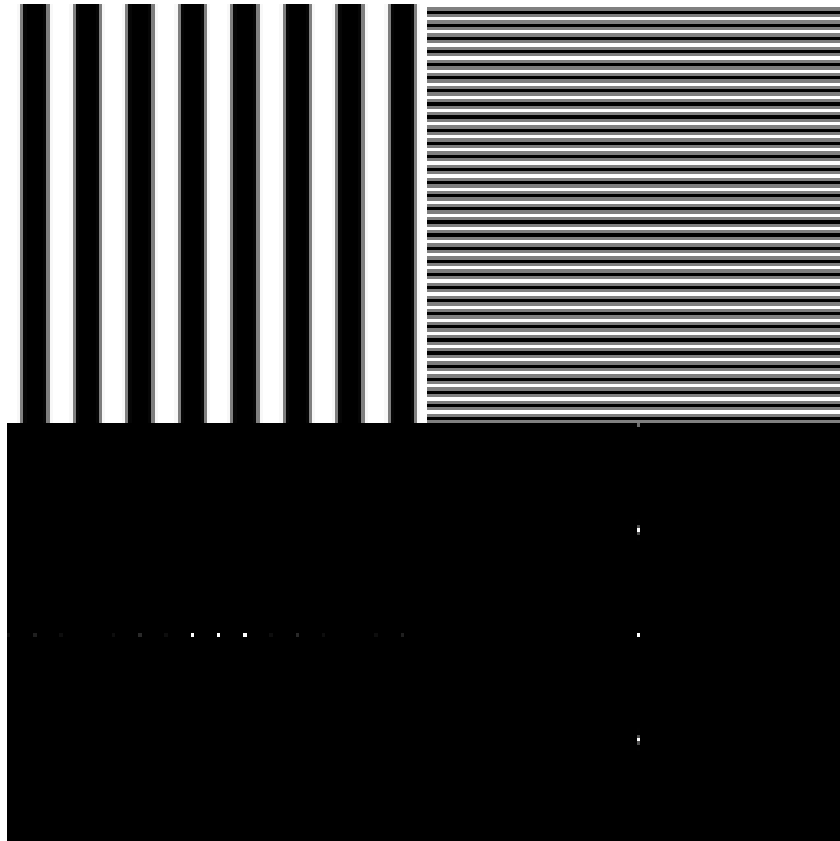


Slika 32: Sinusoidalna svjetlina slike i dvodimenzionalna Fourierova transformacija.

Na slici 33 je neka druga sinusoidalna svjetlina slike, ovaj put s nižom prostornom frekvencijom, zajedno sa svojom dvodimenzionalnom Fourierovom transformacijom koja prikazuje tri pika kao i prije, osim što su ovaj put pikovi koji predstavljaju sinusoidalni uzorak bliže središnjem DC članu, što ukazuje na nižu prostornu frekvenciju.



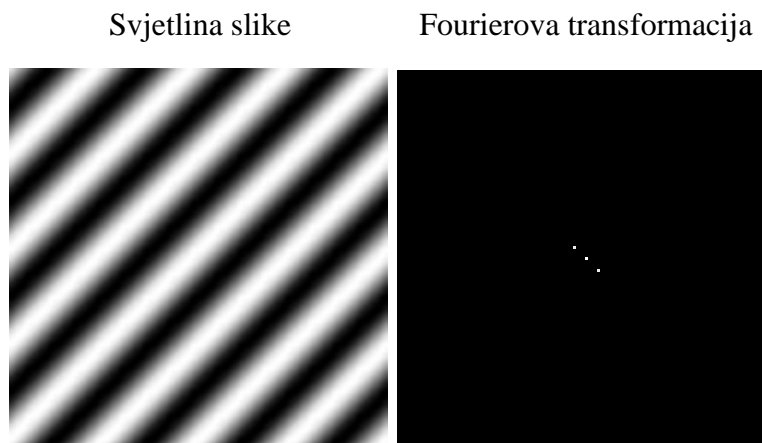
Slika 33: Sinusoidalna svjetlina slike i pripadna dvodimenzionalna Fourierova transformacija bez viših harmonika



Slika 34: Sinusoidalna svjetlina slike za različite frekvencije i pripadna dvodimenzionalna Fourierova transformacija

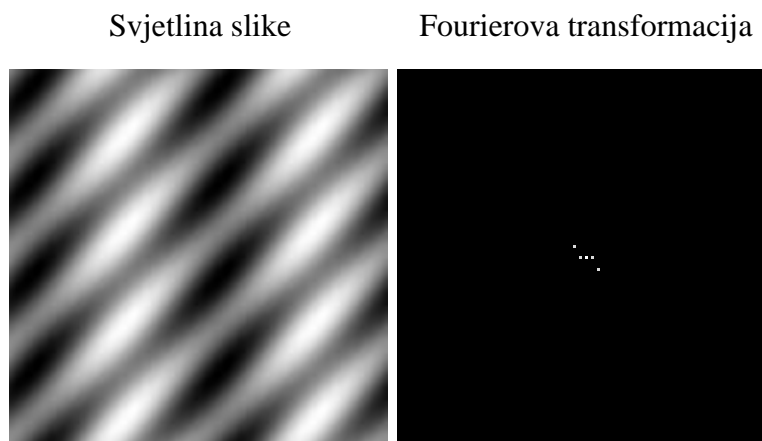
Značajna stvar je da Fourierova slika kodira točno iste informacije kao svjetlina slike, osim izražene amplitude kao funkcije prostornih frekvencija, a ne svjetline kao funkcije prostornog pomaka. Inverzna Fourierova transformacija od Fourierove slike stvara točno piksel za piksel originalnu sliku svjetline.

Orijentacija sinusoida korelira s orijentacijom pikova u Fourierovoj slici u odnosu na središnju DC točku. U ovom slučaju nagib sinusoidalnog uzorak stvara nagib para pikova u Fourierovoj slici, kao što je vidljivo na slici 35.

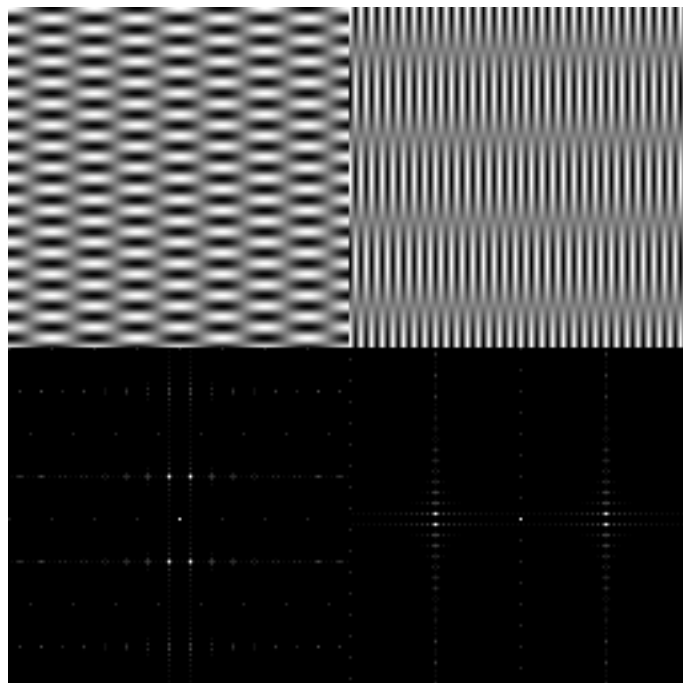


Slika 35: Nagib sinusoidalnog uzorka stvara nagib para pikova u Fourierovoj slici

Različiti Fourierovi koeficijenti aditivno kombinirani daju kombinirane uzorke. Na primjer, sinusoidalna slika prikazana na slici 36 dobiva se kao zbroj nagnute sinusoide (Slika 35), i vertikalne sinusoide nižih prostornih frekvencija (Slika 33).



Slika 36: Kombinirani sinusni uzorak i pripadna Fourierova transformacija (aditivna kombinacija)



Slika 37: Različite kombinacije sinusnih uzoraka i pripadne Fourierove transformacije

Slika svjetline i Fourierova slika su potpuno zamjenjive, jer sadrže identične podatke. Kombinacija slike svjetline prikazane na slici 37 mogla se dobiti zbrajanjem dviju slika svjetline piksel za piksel, ili piksel za piksel zbrajanjem odgovarajućih Fourierovih transformacija, nakon čega slijedi inverzna transformacija, za povratak u domenu svjetline. U svakom slučaju, rezultati će biti upravo jednaki.

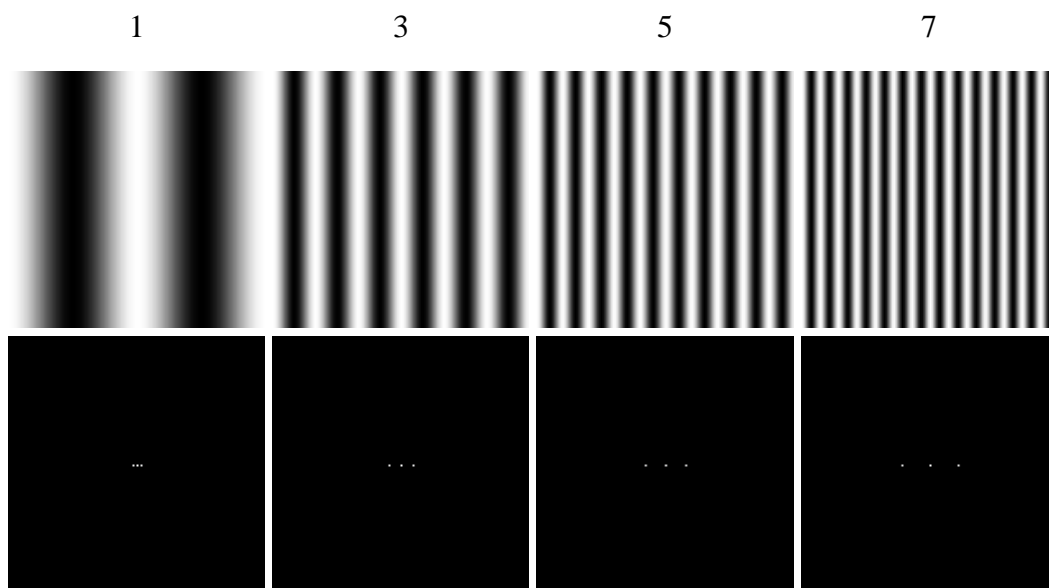
#### 4.2.2. Viši harmonici

Osnovni set za Fourierovu transformaciju je glatka sinusna funkcija, koja je optimizirana za prikazivanje glatkih zaobljenih oblika. No Fourierova transformacija zapravo može predstavljati bilo koji oblik, čak i oblike s pravocrtnim oštrim granicama, koje je najteže izraziti Fourierovim pristupom jer je potrebno mnogo članova višeg reda, ili viših harmonika.

Slika 38 prikazuje četiri sinusoidalne slike svjetline prostornih frekvencija 1, 3, 5, i 7. Prva, s frekvencijom 1, je temeljni, a ostali su viši harmonici te temeljne frekvencije, jer su cijeli višekratnici osnovne frekvencije. To su zapravo neparni harmonici temeljne frekvencije, a

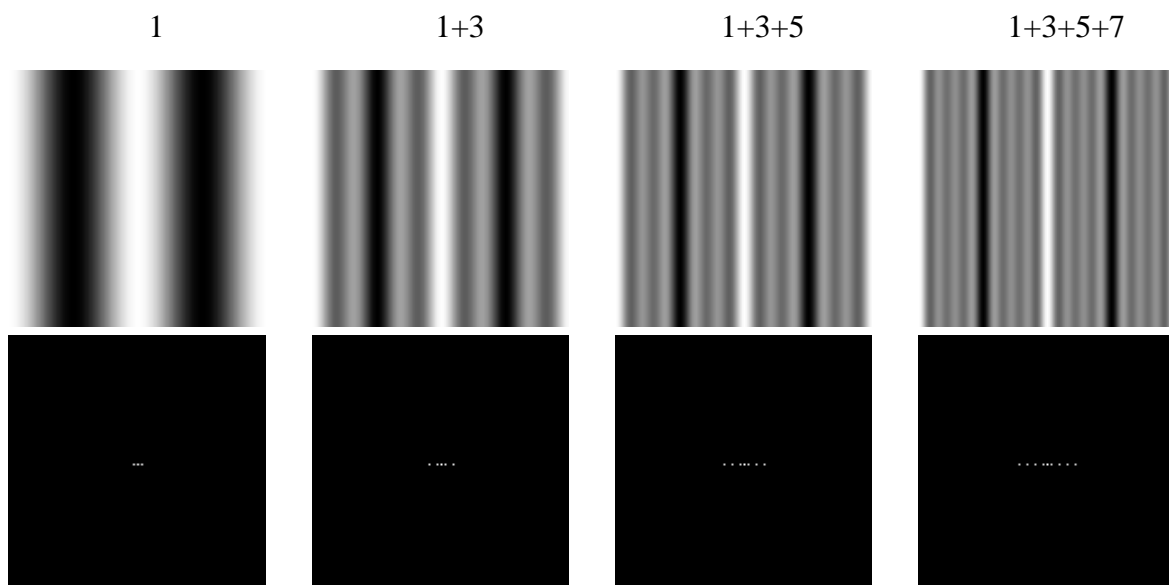


svaka slika ima svijetlu vertikalnu prugu u središtu slike. Fourierova transformacija za svaki od tih uzoraka prikazana je ispod.



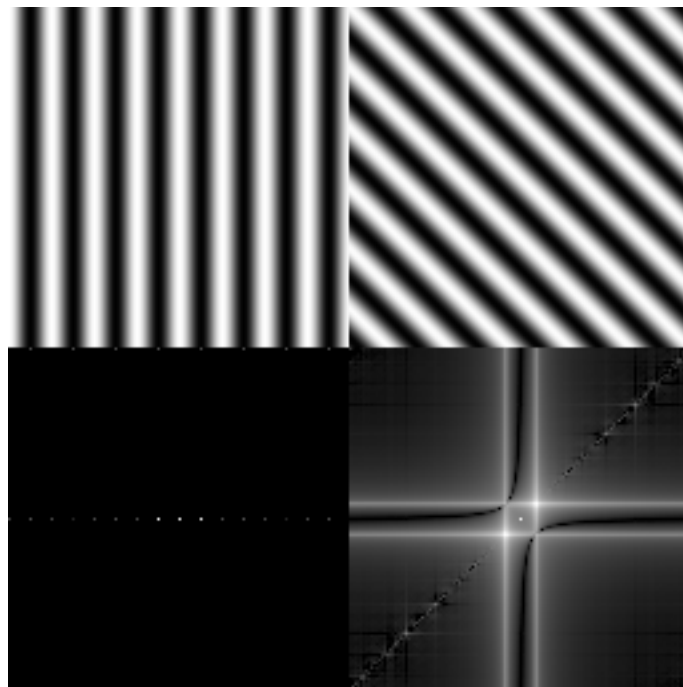
Slika 38: Ilustracija viših harmonika

Sljedeća slika pokazuje rezultat postupnog dodavanja viših harmonika temeljnoj frekvenciji.



Slika 39: Rezultat postupnog dodavanja viših harmonika temeljnoj frekvenciji

Primjećuje se kako središnja vertikalna pruga postaje oštrija i jača sa svakim dodatnim višim harmonikom, dok se pozadina spušta prema jednolikom tamnom polju. Također treba obratiti pozornost kako viši harmonici proizvode pikove u Fourierovoj slici koji se šire prema van od temeljnog, definirajući periodičan uzorak u prostoru frekvencija.



Slika 40: Ilustracija sinusoidalnih uzoraka i pripadne Fourierove transformacije s pripadnim višim harmonicima

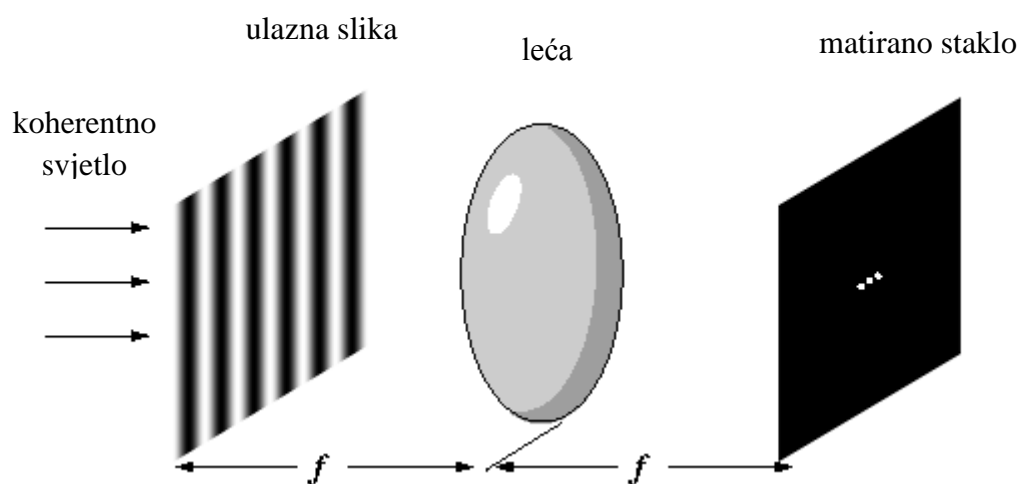
Slike ispod prikazuju što bi se dogodilo ako bi se taj proces nastavio sve do Nyquistove frekvencije - to bi dalo tanku okomitu prugu s oštrim granicama u slici svjetline, tj. kvadratni val u svjetlini duž x dimenzije. Fourierova transformacija ove slike pokazuje beskonačan niz harmonika ili članove višeg reda, iako to zapravo ne ide u beskonačnost zbog konačne razlučivosti izvorne slike. Na taj način Fourierova transformacija kodira oštre kvadratne valove kao zbroj niza glatkih sinusoida.



Slika 41: Rezultat uključivanja viših harmonika do Nyquistove frekvencije

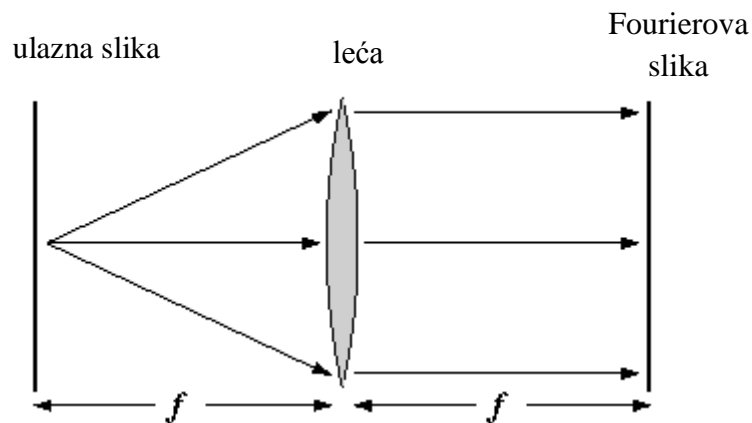
### 4.2.3. Optička Fourierova transformacija

Do velikog napredka u razumijevanju principa Fourierove transformacije može doći kad se shvati da jednostavna leća može izvesti Fourierovu transformaciju u realnom vremenu. Postavimo sliku, na primjer transparentni dijapozitiv, u žarište leće i osvjetlimo ga s koherentnom svjetlošću, kao što je npr. kolimirana laserska zraka. Na položaj drugog fokusa leće postavimo zaslon od matiranog stakla. Leća će automatski izvršiti Fourierovu transformaciju ulazne slike i projicirati je na matirano staklo zaslona.

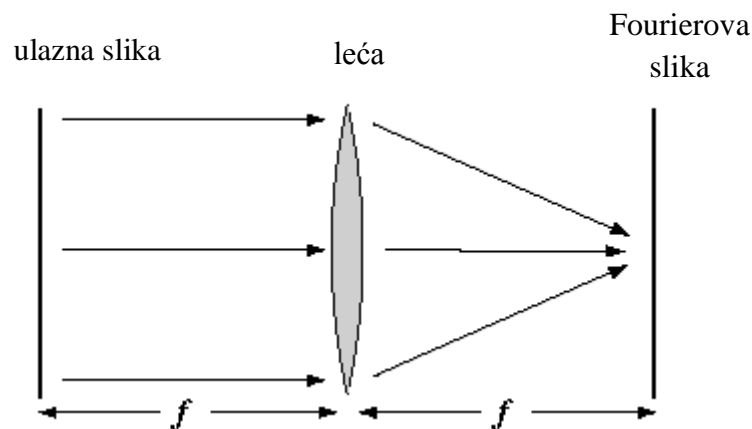


Slika 42: Ilustracija leće kao realnog Fourierovog transformatora

Na primjer, ako je ulazna slika sinusna rešetka, kao što je prikazano dolje, rezultatna Fourierova slika će imati svijetlu točku u središtu, DC član, s dva bočna pika na obje strane, čija će udaljenost od centra varirati s prostornom frekvencijom sinusoida. Sada možemo vidjeti holistički princip u pozadini Fourierove transformacije. Svaka točka na ulaznoj slici zrači šireći stožac zraka prema leći, ali kako je slika u fokusu leće, zrake će se lomiti paralelno u snop koji oslikava cijelu sliku na zaslonu od matiranog stakla. Drugim riječima, svaka točka ulazne slike je uniformno razmazana preko Fourierove slike, gdje će konstruktivna i destruktivna interferencija automatski proizvesti odgovarajuće Fourierove reprezentacije.



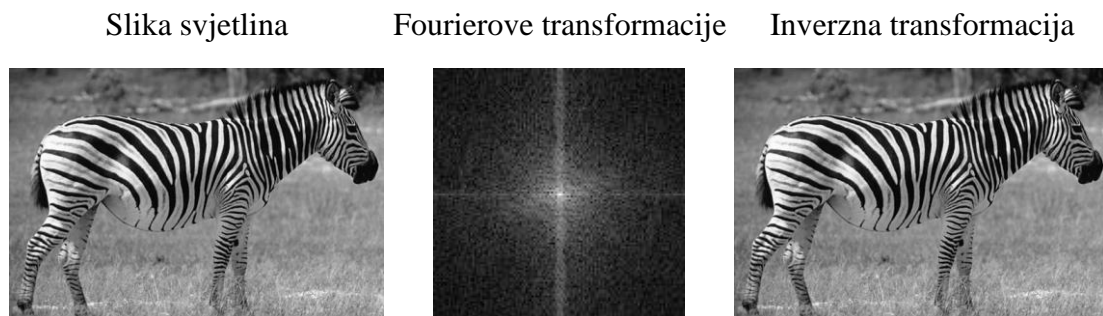
S druge strane, paralelne zrake s cijele ulazne slike fokusiraju se na jednom središnjem mjestu Fourierove slike, gdje se definira pojam središnjeg DC člana pomoću usrednjene svjetline ulazne slike.



Treba imati na umu da optička Fourierova transformacija radi automatski i u obrnutom smjeru gdje obavlja inverznu Fourierovu transformaciju, konvertirajući Fourierovu reprezentaciju natrag u prostornu sliku svjetline. Matematički su obje transformacije identične osim minusa koji obrće smjer računanja.

### 4.3. Fourierovo filtriranje

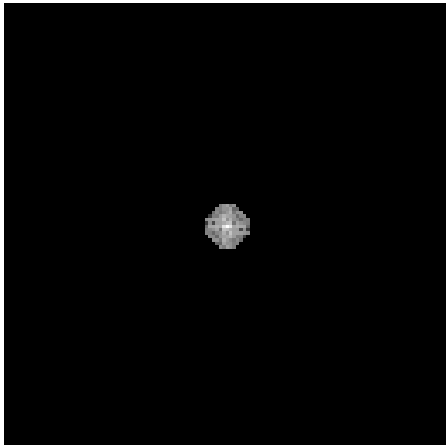
Sada ćemo pokazati kako se Fourierova transformacija može koristiti za obavljanje operacija filtriranja za prilagodbu prostornih frekvencija slike. Počnemo s ulaznom slikom prikazanom dolje i izvršimo Fourierovu transformaciju na njoj, tada napravimo inverznu transformaciju i rekonstruiramo izvornu sliku. Rekonstruirana slika je identična, piksel za piksel, s originalnom slikom.



Slika 43: Fourierova i pripadna inverzna transformacija

Pruge na zebri generiraju visoke frekvencije općenito u nekoj osi (ovisi o položaju same zebre) dok je uzorak trave prilično nasumičan i generira niske frekvencije. Dokaz tome će biti jasan nakon prikazanih manipulacija. Sada ćemo pokazati kako se može manipulirati transformiranom slikom da bi prilagodili njene prostorne frekvencije, a zatim ćemo izvršiti inverznu transformaciju da bi dobili sliku filtriranu Fourierovim pristupom. Počnemo s filterom koji omogućava da komponente niske prostorne frekvencije prolaze (tzv. low-pass filter), a prekida visoke prostorne frekvencije. Budući da se komponente niskih frekvencija nalaze nedaleko središnje DC točke, sve što moramo učiniti je definirati radijus oko DC točke, te svakoj točki u Fourierovoj slici koja je izvan tog radijusa pridružiti vrijednost nula. Drugim riječima, niskopropusni filter transformacije identičan je u središnjem dijelu Fourierovoj transformaciji, s ostatkom Fourierove slike jednakim nuli. Inverzna Fourierova transformacija primijenjena na ovoj niskopropusno filtriranoj slici stvara inverznu transformiranu sliku.

Niskopropusni filter



Inverzna transformacija

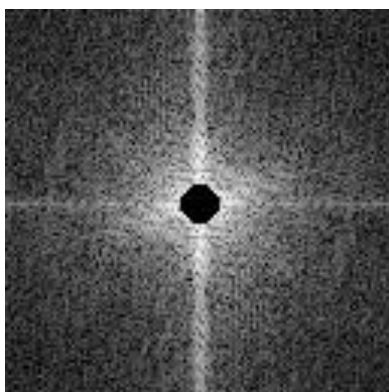


Slika 44: Ilustracija djelovanja niskopropusnog filtera

Vidimo da je niskopropusno filtrirana slika razmazana, očuvanih širokih glatkih tamnih i svijetlih područja niskih frekvencija, ali izgubljenih oštih kontura i oštih rubova. Matematički, low-pass filtriranje jednako je funkciji optičkog zamućenja.

Sljedeće je visokopropusno filtriranje (high-pass filter), gdje ćemo koristiti isti prag prostornih frekvencija za definiranje radijusa u Fourierovoj slici. Sve komponente prostornih frekvencija koje padaju unutar tog radijusa su eliminirane (= nula), a zadržane su samo komponente viših prostornih frekvencija. Nakon realizirane inverzne transformacije na ovoj slici vidimo učinak visoko propusnog filtriranja, a to je očuvanje svih oštih rubova originala, ali gubitak većih tamnih i svijetlih područja.

Visokopropusni filter



Inverzna transformacija



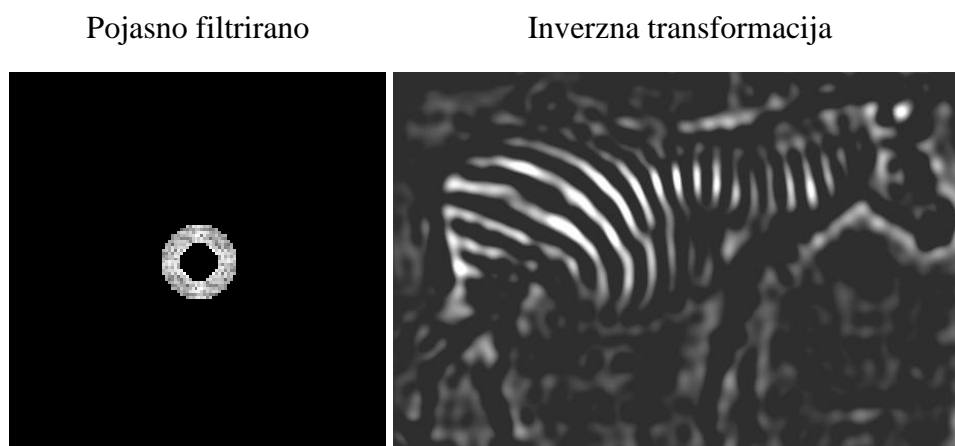
Slika 45: Ilustracija djelovanja visokopropusnog filtera

Ako inverzno transformiranu niskofrekventnu filtriranu sliku zbrojimo piksel za piksel sa slikom koja je inverzno transformirana visokopropusnim filtrom, dobiti ćemo nefiltriranu originalnu sliku. Ove slike su komplementarne, dakle, svaka kodira informacije koje nestaju onoj drugoj.

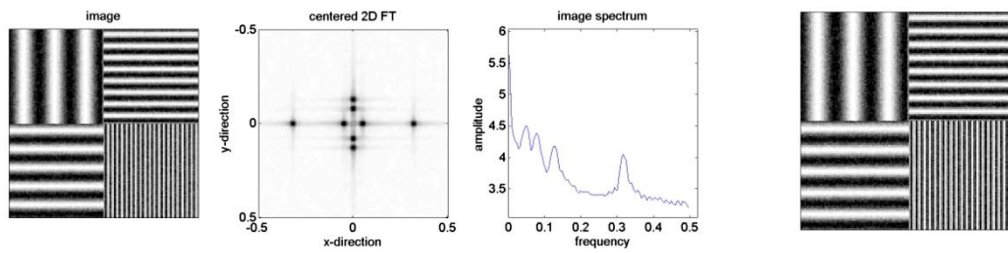
Filter lokalnog usrednjavanja pomiče sive vrijednosti piksela prema prosječnoj vrijednosti, i na taj način smanjuje odstupanje od sive vrijednosti. Za uniformnu jezgru usrednjavanja fiksne veličine, funkcije koje osciliraju tijekom perioda tek dužim od jezgre (npr. kratki period, visokofrekventne sinusoide) usrednjeni će biti više varirajući članovi više nego polako varirajući članovi. Drugim riječima, lokalno usrednjavanje atenuira visoke sinusoidalne frekvencije dok propušta niske frekvencije relativno nesmetano - lokalni operatori usrednjavanja su tzv. *niskopropusni filteri*. Ako se veličina jezgre udvostruči, ulazne sinusoide s dvostruko većim periodom (polovica prostorne frekvencije) biti će ekvivalentno pogođeni.

Oduzimanje od susjednih piksela može rezultirati negativnim sivim vrijednostima, što je prostorna analogija vremenskog diferenciranja za detekciju promjena. Ako se na primjer dogodi da imamo vrijednost piksela  $g_{\min} < 0$ , tada negativne sive vrijednosti kompenziramo dodavanjem vrijednosti  $|g_{\min}|$  za sve sive vrijednosti piksela.

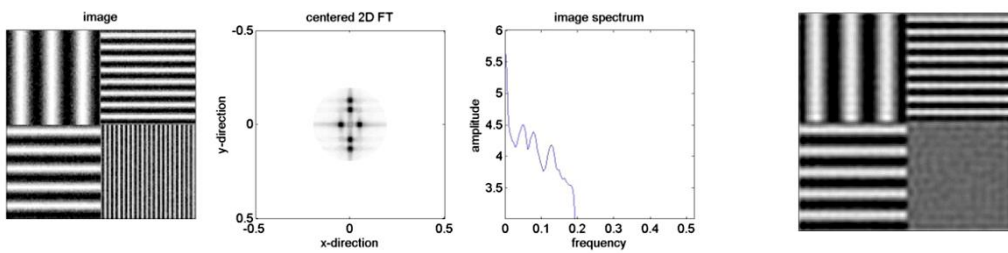
Nadalje ćemo pokazati pojasno filtriranje (band-pass) koje čuva samo one prostorne frekvencije koje padaju unutar prozora (pojasa) frekvencija.



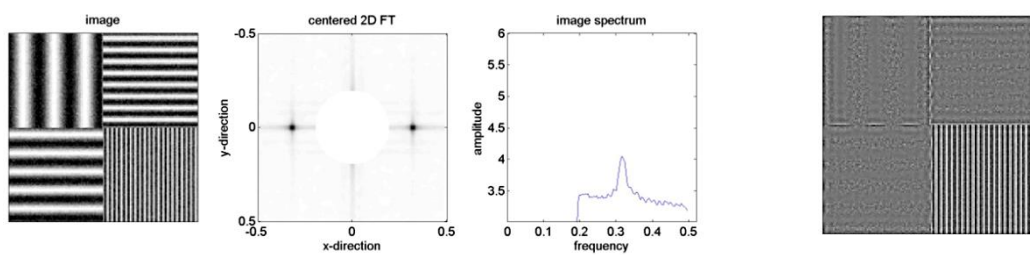
Slika 46: Ilustracija djelovanja pojasnog filtera



bez filtera



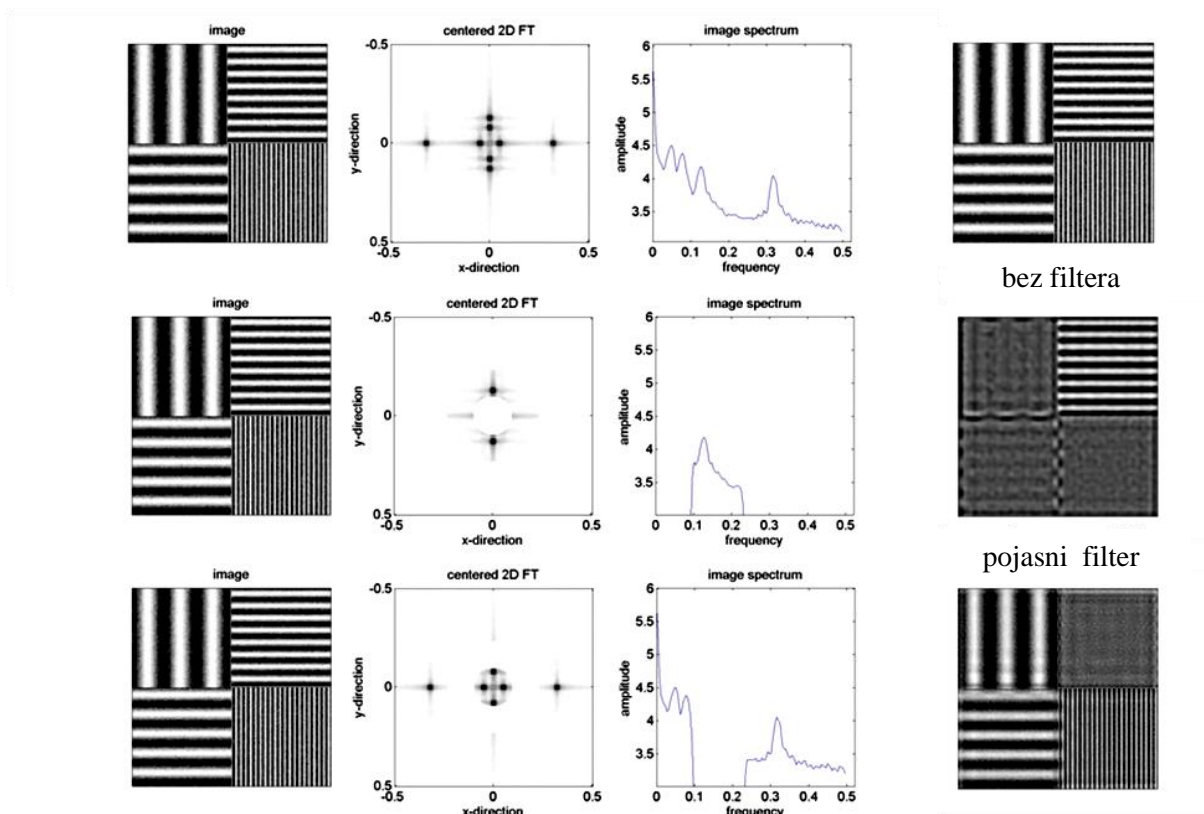
niskofrekventni filter



visokofrekventni filter

Slika 47: Ilustracija rezultata primjene niskofrekventnih i visokofrekventnih filtriranja na uzorku





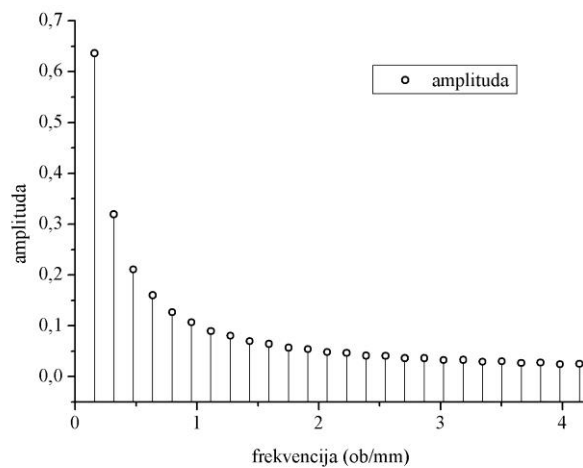
Slika 48: Ilustracija rezultata primjene pojasnih filtera na uzorku

#### 4.4. Razmatranje koncepta prostornih frekvencija

Opis uzorka nekog elektromagnetskog vala (signala) u prostoru kao zbroja više sinusnih komponenti različitih amplituda i prostornih frekvencija može se najbolje ilustrirati na konkretnom primjeru.

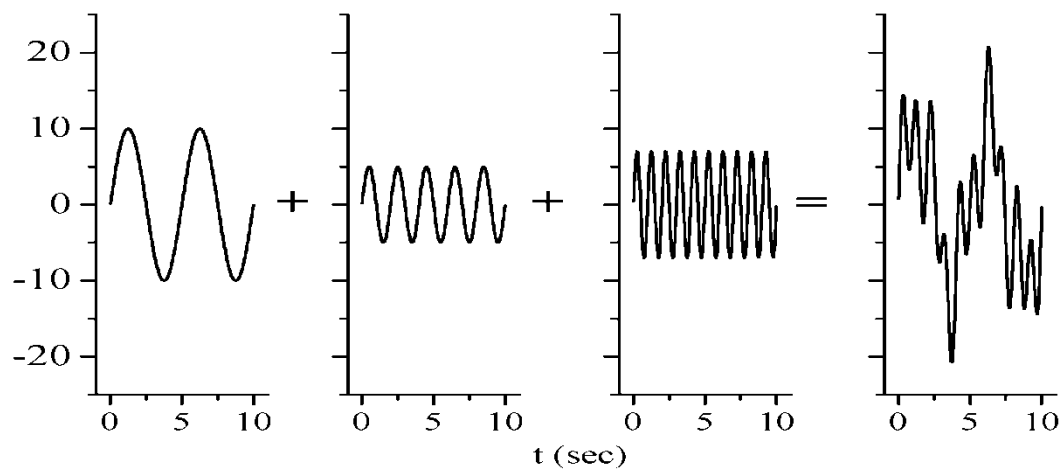
Pretpostavimo da je uzorak elektromagnetskog vala od interesa kvadratni val,  $f(x)$ , što je prikazano na Slika 53. Pomoću matematičke tehnike pod nazivom Fourierova analiza, ova se funkcija udaljenosti može napisati kao zbroj beskonačno mnogo sinusnih funkcija.

Budući da su raspodjele sinusoidalnog oblika u prostoru, njihove frekvencije su izražene u ciklusima/mm i nazivaju se prostornim frekvencijama. Graf amplitude u odnosu na prostornu frekvenciju prikazan je na Slika 49 i zove se prostorni frekvencijski spektar amplituda ili spektar uzorka. Time je izražen u obliku koji je povoljan za proučavanje načina na koji je dobivena slika.

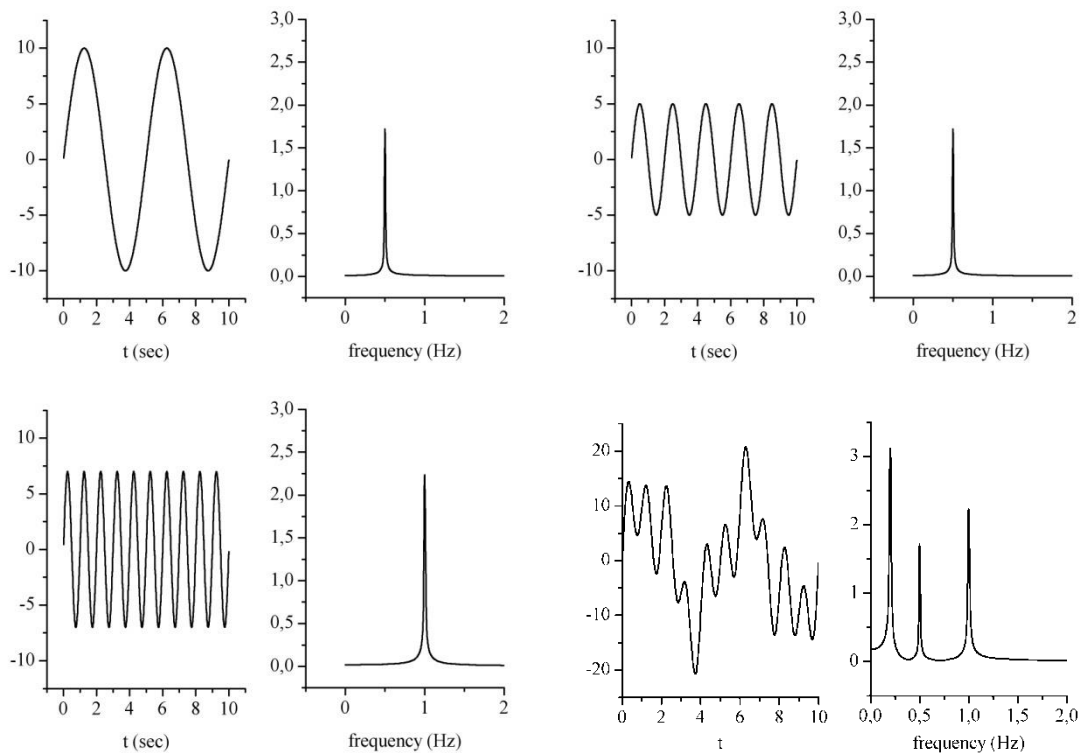


Slika 49: Amplitudni spektar raspodjele intenziteta

Pretpostavimo da imamo signal koji je superpozicija triju harmonijskih komponenti (Slika 50).



Slika 50: Dobivanje nepravilnog periodičkog uzorka. Vidi se da je sastavljen od tri sinusne funkcije različitih amplituda i frekvencija

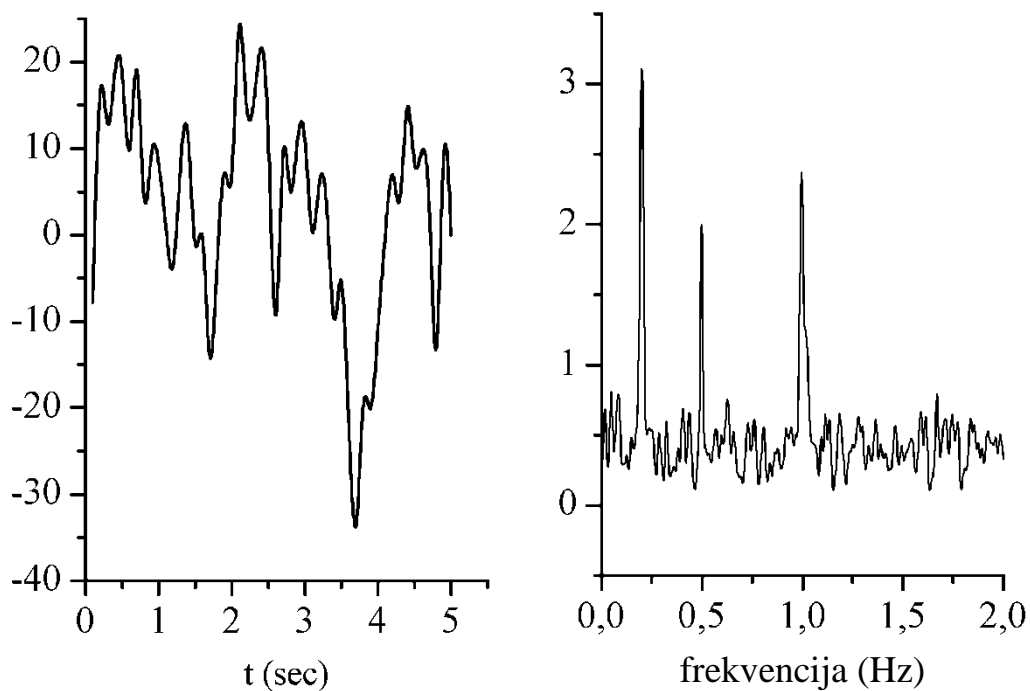


Slika 51: Nepravilni periodički uzorak i pripadne Fourierove transformacije

Iako je harmonijska priroda signala još uvijek vidljiva, signal je mnogo složeniji od bilo koje od pojedinačnih komponenti.

Treba naglasiti da se amplitude u frekvencijskoj domeni razlikuju od onih u vremenskom području. To je zbog različitih skalirajućih faktora povezanih s FFT algoritmom. S druge strane, iznos pojedinačne amplitude u konačnom amplitudnom spektru je nešto veći zbog superponiranja pozadine ostalih komponenti.

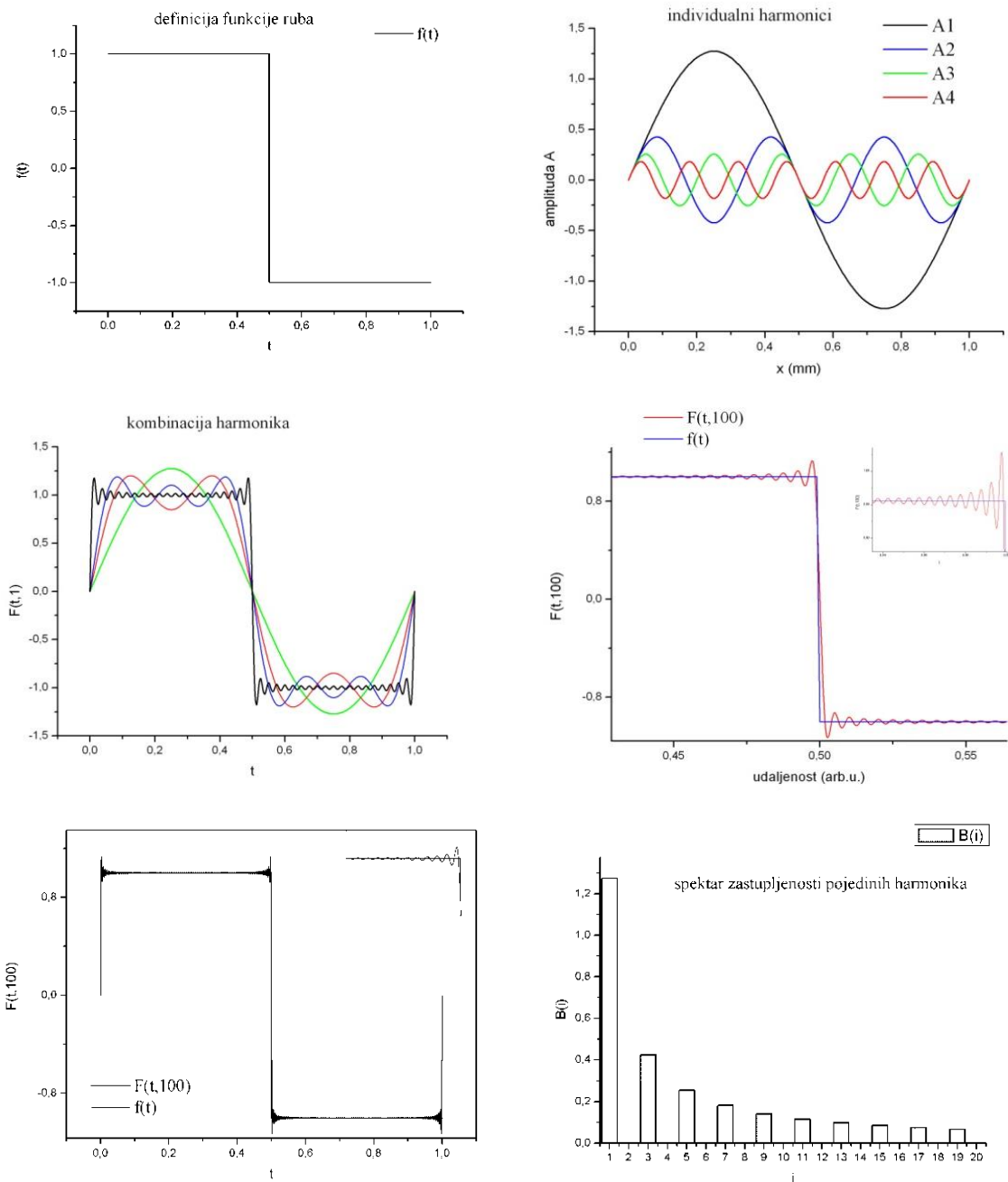
Fourierova transformacija je nezamjenjiv alat za analizu signala. Ona je jednostavna aplikacija za uklanjanje šuma od signala. Ako gornjem signalu dodamo slučajni šum tada ćemo dobiti signal kao na Slika 52.



Slika 52: (A) Očigledna je poteškoća u identificiranju harmonika u šumovitom signalu. (B) Analizom signala u frekvencijskoj domeni tri harmonijske komponente mogu se mnogo lakše prepoznati.

Veliko značenje amplitudnog spektra je to što nam točno i jedinstveno kaže koje sinusne raspodjele trebaju biti sumirane da bi sintetizirali izvorni uzorak. Drugim riječima, amplitudni spektar opisuje sadržaj prostornih frekvencija u uzorku. Ako bilo koja komponenta sinusne raspodjele nije dodana, neće se dobiti izvorni uzorak.

To je ilustrirano na Slika 53, koja pokazuje izvorni uzorak u obliku step funkcije i rezultate crtanja suma kod kojih se povećava broj članova u Fourierovom redu do trećeg odnosno stotog člana. Vidi se da se originalna raspodjela preciznije aproksimira što se doda više članova. Treba primijetiti da je jedan efekt nedodavanja svih sinusoidalnih raspodjela koje su sadržane u izvornom uzorku zaokruživanje ugla.



Slika 53: Zbrajanje Fourierovih komponenti da bi fitali step funkciju (idealni rub)

Za prijevod ovih činjenica na jezik formiranja slike, promatramo spektar amplituda originalnog uzorka kao objekt za slikovni sustav. Ako je sustav u stanju prenijeti cijeli frekvencijski sadržaj objekta, sve će komponente sinusoidalne raspodjele potrebne za sintezu objekta biti prisutne na slici. To znači da će slika izgledati kao objekt ili da sustav može savršeno preslikati objekt. Ako, s druge strane, sustav ne može prenijeti cijeli frekventni

sadržaj objekta, odnosno, ako to djeluje kao filter prostornih frekvencija bez dovoljno velike širine vrpce (band width), onda će nedostatak tih frekvencija iz slike uzrokovati da se slika razlikuje od objekta. Naime, ako sustav prenosi samo sinusoidalne raspodjele objekta niskih frekvencija, odnosno, ako se ponaša kao low-pass filter, učinak na sliku bit će sličan onom na Slika 53. Zaobljeni uglovi rezultat su ograničenog frekvencijskog sadržaja slike i dat će dojam neoštre (razmazane) slike objekta. Prema tome, poznavanje filterske karakteristike slikovnog sustava omogućit će nam predviđanje kako se objekt prenosi kroz sustav i kako će izgledati rezultatna slika. Drugim riječima, filterska funkcija sustava je mjerilo optičke kvalitete sustava. Ova filterska funkcija zove se modulacijska prijenosna funkcija (MTF) sustava.

Pojednostavljeno možemo reći da:

- ako slika ima velike vrijednosti komponenata visokih frekvencija, tada se podaci ubrzano mijenjaju na skali kratkog dometa, na primjer stranica teksta.
- odnosno, ako slika ima velike vrijednosti komponenata niskih frekvencija, tada su važnije karakteristike slike velikih razmjera, na primjer jedan prilično jednostavan objekt koji zauzima veći dio slike.

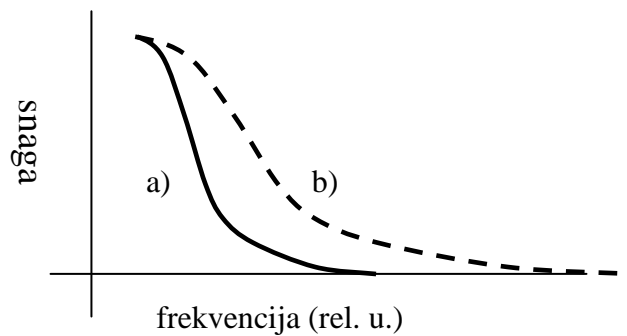
Koncept prostorne frekvencije je koristan način kvantificiranja brojnih karakteristika kvalitete tiskanih slika<sup>52</sup>. Koncept frekvencija prikazan je na Slika 54. Frekvencija se odnosi na to koliko često ili kako brzo se nešto događa na slici. Na Slika 54a), prikazana je samo jedna zebra, ali na Slika 54b) ima nekoliko njih. Zebre se na slici 54b) pojavljuju češće nego što se pojavljuju na slici a), tako da u tom smislu, slika b) ima veću frekvenciju od slike a). To također znači da su zebre na slici b) manje nego na slici a), s tim da su obje slike potpuno ispunjene zebrama.



Slika 54: Ilustracija koncepta prostorne frekvencije<sup>53</sup>

Kako se frekvencija nekog elementa slike povećava, veličina elementa se smanjuje. Rasterske točkice su još jedan primjer. 35 LPI raster sastoji se od elemenata koji su promjera 0,72644 mm, dok 100 LPI raster ima elemente promjera 0,254 mm.

Frekvencija je koristan koncept za opisivanje kako se brzo pojedini elementi mijenjaju na slici. Uzmimo u razmatranje element "zebre" na Slika 54 a). Njihov broj polagano se mijenja kako se krećemo kroz sliku (samo jedna zebra), ali u b) zebre se brzo mijenjaju. Drugi primjer je element "ruba". Na primjer, rub zebrine pruge je element visoke frekvencije, jer se pruga brzo mijenja kao idemo s lijeva na desno preko ruba. Oštri rubovi su visoke frekvencije, dok su zamućeni, široki rubovi niske frekvencije. Frekvencija je korisna metrika kvalitete slike za opis intrinzične karakteristike rezolucije slike<sup>52</sup>.



Slika 55: Shematski prikaz spektra snage šuma na Slika 54a) i b). Jedinice osi su relativne jedinice za potrebe ilustracija.

Ako izračunamo Fourierovu transformaciju slika na slici 54 a) i b), dobit ćemo relativnu važnost karakteristike slike na svakoj frekvenciji (Slika 55). Apscisa prikazuje frekvenciju (u našem slučaju broj zebri), a ordinata kvadrat veličine Fourierove transformacije. Dakle, Fourierova analiza pokazuje, na kvantitativan način, da slika b) ima više snage na višoj frekvenciji.

## 4.5. Fizika rezolucije

Budući da su rubovi sveprisutni oko nas, prirodno je da se razmatranje počinje s analizom ruba objekta. Najprije se reflektancija objekta  $f(\xi)$  podijeli na beskonačno duge pravokutnike širine  $d\xi$ . Intenzitet jedne od potpodjela objekta je  $f(\xi)d\xi$ . Slika svake od podjela se zove funkcija razmazivanja linije (LSF). Stoga je funkcija razmazivanja linije  $h(\xi)$  slika linijskog objekta formiranog sustavom. Funkcija  $h(\xi)$  često se još naziva impulsni odgovor (impulse response) ili jezgra (kernel) ili sistemska funkcija ovisno o području gdje se definira.

Ako je  $g(x)$  reflektancija slike, onda je  $dg(x)$  reflektancija slike u točki  $x$  zbog podjele objekta u  $\xi$  stoga

$$dg(x) = f(\xi)h(x-\xi)d\xi \quad (27)$$

Ako se točka  $x$  održava fiksnom, a doprinosi zračenju se zbrajaju po svim mogućim potpodjelama objekta, dobit će se ukupna reflektancija slike u  $x$ . To se postiže integracijom jednadžbe (27) preko svih mogućih vrijednosti  $\xi$ . Reflektancija slike  $g(x)$  u  $x$  tada je data izrazom

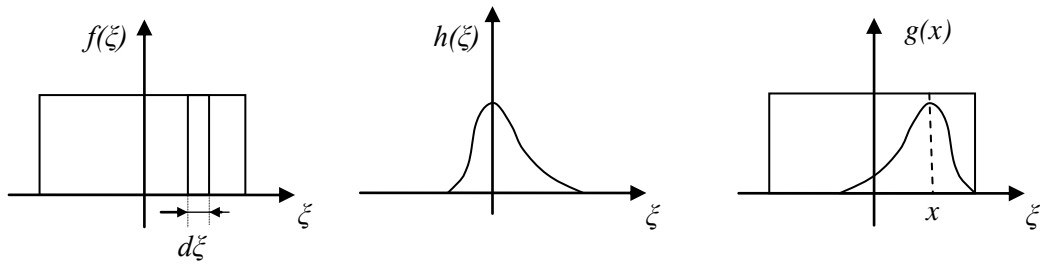
$$\begin{aligned} g(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)h(x-\xi)d\xi \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi)h(\xi)d\xi \\ &\equiv f(x) \otimes h(x) \end{aligned} \quad (28)$$

Oznaka  $\otimes$  označava konvoluciju ovih funkcija, te kažemo da funkcija  $h(x)$  definira djelovanje sustava na ulaz  $f(x)$ .

Odnosno u dvodimenzionalnoj formi:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta)h(x-\xi, y-\eta)d\xi d\eta \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi, y-\eta)h(\xi, \eta)d\xi \\ &\equiv f(x, y) \otimes h(x, y) \end{aligned}$$



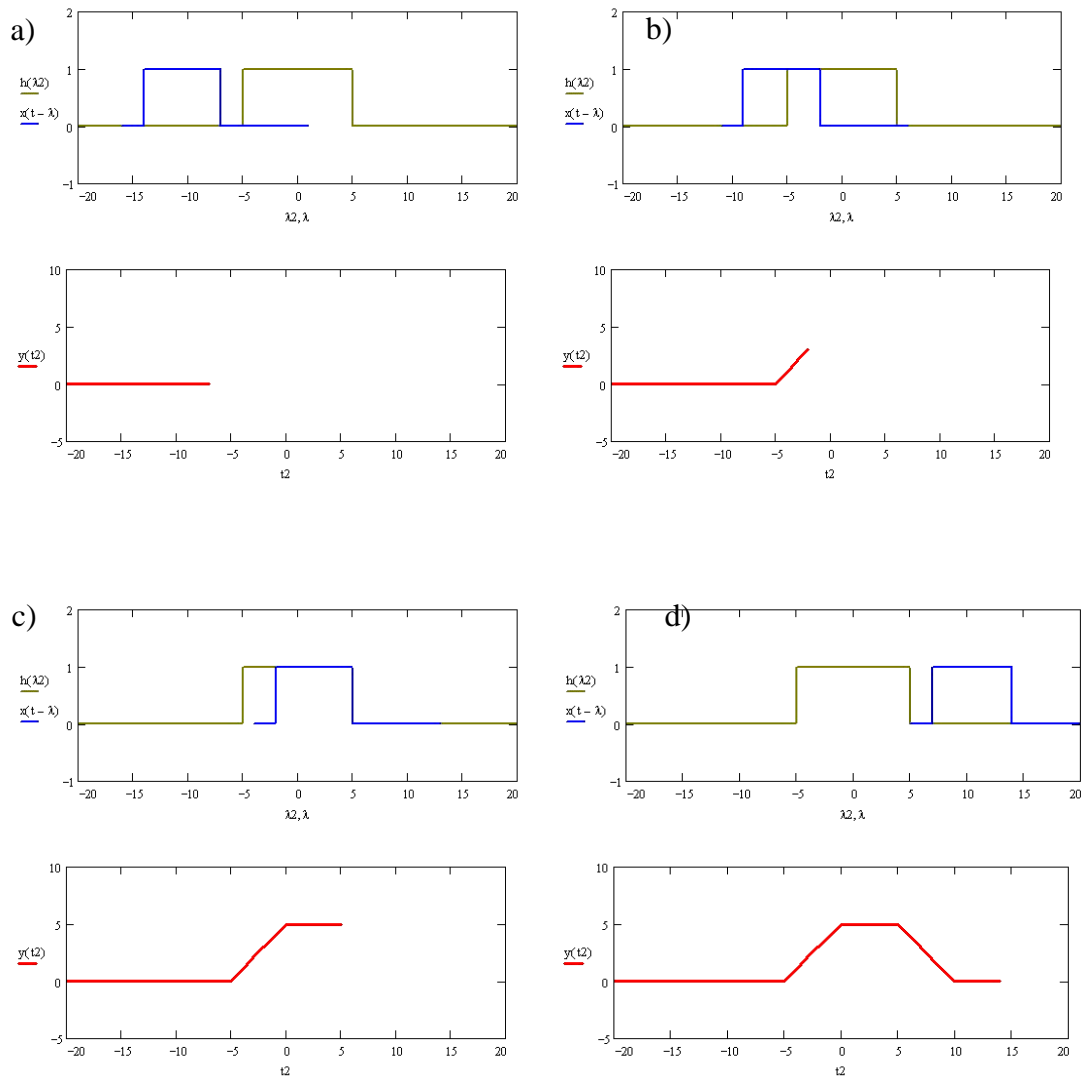


Slika 56: Grafičko tumačenje ove jednodimenzionalne konvolucije

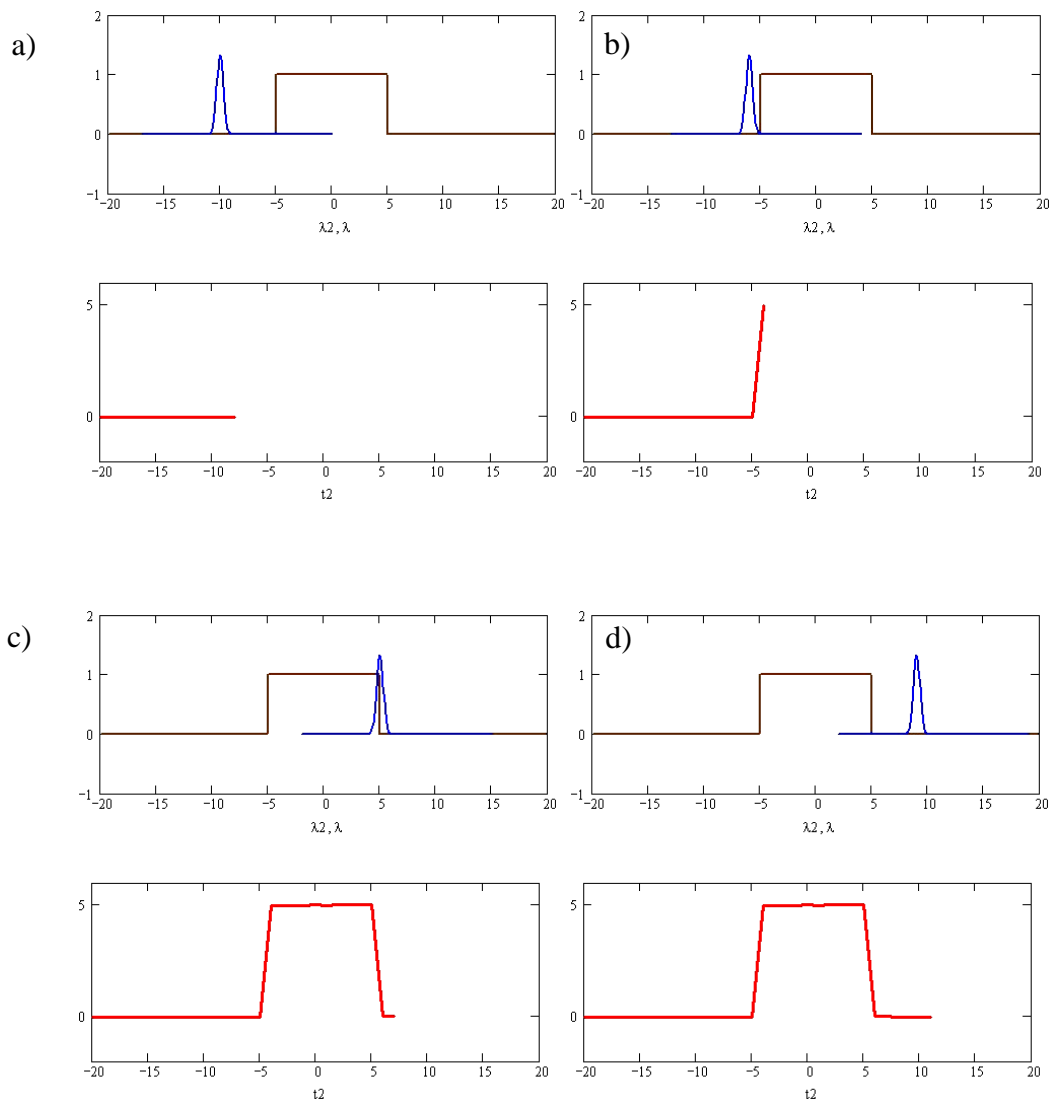
U slučaju diskretnih signala integral u (28) prelazi u sumu.

$$\begin{aligned}
 g(n, m) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(i, j)h(n-i, m-j) \\
 &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(n-i, m-j)h(i, j) \\
 &\equiv f(n, m) \otimes h(n, m)
 \end{aligned}$$

Dakle, općenito, svaka je pojedina točka izlaznog signala određena različitim vrijednostima iz ulaznog signala. Baš kao i kod kontinuiranih signala, svaka trenutna vrijednost izlaznog signala je pod utjecajem dijela ulaznog signala, ponderirana impulsnim odzivom zrcaljenim lijevo-desno. U diskretnom slučaju, signali se množe te potom zbrajaju, dok se u kontinuiranom slučaju, signali množe i integriraju.



Slika 57: Ilustracija konvolucije (crvena linija) s pravokutnom jezgrom konvolucije (plava linija)



Slika 58: Ilustracija konvolucije (crvena linija) s jezgrom konvolucije opisanom Gaussovom funkcijom (plava linija)

Siva vrijednost  $g$  na određenom pikselu  $(x, y)$  (kopija) ovisi o sivim vrijednostima piksela u susjedstvu istog piksela u  $f(x, y)$  (original). Primjeri uključuju konvoluciju kao za ravnanje ili oštrenje slike te za otkrivanje prostornih obilježja (npr. detekcija linije, ruba, te kuta)

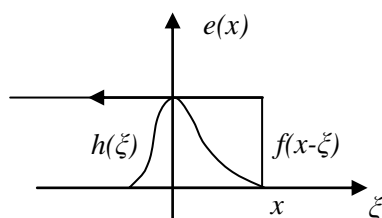
Sada možemo definirati rub objekta. Za tzv. jedinični rub vrijedi  $f(\xi) = 0$  za  $\xi \leq 0$  i  $f(\xi) = 1$  za  $\xi \geq 0$ . Vrijedi

$$f(\xi) \otimes h(\xi) = h(\xi) \otimes f(\xi)$$

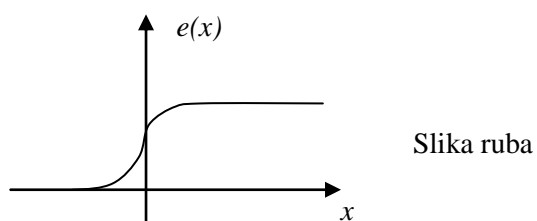
Budući da rub predstavlja step funkcija,

$$e(x) = \int_{-\infty}^x h(\xi) d\xi \quad (29)$$

gdje je  $e(x)$  reflektancija slike. Grafički to izgleda:



Reflektancija slike ruba je upravo kumulativna površina ispod funkcije razmazivanja



Deriviranjem jednadžbe (29)

$$h(x) = \frac{de(x)}{dx} \quad (30)$$

dobiva se osnovna jednadžba analize ruba<sup>54</sup>.

#### 4.6. Konvolucijski teorem

Jedno od svojstava konvolucije govori nam da konvolucija u vremenu odgovara množenju u području frekvencija. Stoga, možemo izbjeći izračunavanje konvolucije korištenjem Fourierove transformacije. U mnogim će slučajevima to biti mnogo praktičnije nego izravno računanje konvolucije<sup>55,56</sup>.

Dakle, za primjenu konvolucije u frekventnom području potrebno je samo pomnožiti dvije Fourierove transformacije.

Za rješavanje konvolucijske jednadžbe pomoću Fourierovih transformacija treba realizirati slijedeće korake:

- ❖ Izračunati Fourierove transformacije od  $f(t)$  i  $h(t)$ :  $\rightarrow F(i\omega); H(i\omega)$
- ❖ Pomnožiti  $H(i\omega)$  s  $F(i\omega)$  da bi dobili  $G(i\omega)$
- ❖ Izračunati inverznu Fourierovu transformaciju od  $G(i\omega)$

Dokaz ovog teorema:

$$F(i\omega) \Leftrightarrow f(t)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)h(x-\xi)d\xi$$

Fourierova transformacija ove funkcije daje:

$$G(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)h(t-\xi)d\xi \right) e^{-i\omega t} dt$$

Promjenom granica integracije dobivamo

$$G(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \left( \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\xi)e^{-i\omega t} dt \right) d\xi$$

Korištenjem teorema pomaka (vidi str. 66)

$$\begin{aligned} G(i\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)e^{-j\omega\xi} H(i\omega)d\xi \\ &= H(i\omega) \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)e^{-i\omega\xi} d\xi \\ &= H(i\omega) \cdot F(i\omega) \end{aligned}$$

Q.E.D.

Korisno je pokazati i inverz ovog teorema jer će obje verzije biti korištene kasnije u obradi eksperimentalnih podataka.

$$\mathcal{F}^{-1}\{F \otimes G\} = f \cdot g$$

Dokaz:

$$\mathcal{F}^{-1}\{F \otimes G\}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} F(u)G(s-u)du \right] \cdot e^{i2\pi st}$$

Promjenom granica integracije dobivamo

$$\mathcal{F}^{-1}\{F \otimes G\}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} G(s-u)e^{i2\pi st} ds \right] du$$

Korištenjem teorema pomaka prepoznamo

$$\left[ \int_{-\infty}^{\infty} G(s-u)e^{i2\pi st} ds \right] = e^{i2\pi tu} g(t)$$

Tako da

$$\begin{aligned} &\mathcal{F}^{-1}\{F \otimes G\}(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \cdot e^{i2\pi st} g(t) du \\ &= g(t) \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \cdot e^{i2\pi st} du \\ &= g(t) \cdot f(t) \end{aligned}$$

Q.E.D

## 5. REZULTATI ISTRAŽIVANJA I NJIHOVA VERIFIKACIJA

Identifikacija i karakterizacija svih podprocesa u cijelom sustavu je osnova za potpunu kontrolu i kalibraciju sustava. Kvaliteta ispisa (odziv sustava) za svaki tiskarski stroj i opći proces prijenosa informacije za uspostavu grafičke komunikacije ovisi o interakciji svjetlosti i supstrata, u našem slučaju papira. Realan opis materijala ovisi o poznavanju transporta svjetlosti u mediju. Mogućnost "eksperimentiranja" s različitim kombinacijama komponenti papira bez stvarne realizacije samog papira i zatim aplikacije rasterskog elementa na papir omogućuje nam kontrolu nad nekim idejama te izbjegavanje dugotrajne i skupe izrade realnih papira od interesa.

Teorija transfera zračenja opisuje interakcije zračenja s medijima koji raspršuju i apsorbiraju svjetlost. Rješenja jednadžbe transporta zračenja, dobivena još tijekom prošlog stoljeća, primjenjuju se na širokom spektru problema od neutronske difuzije, optičke tomografije, širenja topline i vidljive svjetlosti u atmosferi pa do otisaka na papiru. Papir kao podloga na koju smo se usredotočili u ovom radu, stohastička je trodimenzionalna struktura koja se uglavnom sastoji od vlakana, međusobno povezanih putem vodikovih veza na molekularnoj razini, te tvari koje se koriste kao punila na makroskopskoj razini. Svojstva vlakana ovise o vrsti drveta od kojih potječu, a koja se tijekom proizvodnje dodatno tretiraju mehanički i kemijski. U listu papira pojedini raspršivači - vlakna i dodane čestice - tako su blizu jedni drugima da postaje važno višestruko raspršenje. U teoriji raspršenja započinjemo s jednostrukim raspršenjem, gdje smo odredili ansamble s dovoljno malim brojem čestica čija je međusobna udaljenost dovoljno velika, tako da nijedna čestica ne doživljava interakciju sa susjednim česticama. Kvalitativni kriterij za pretpostavku jednog raspršenja je da na svaku česticu u ansamblu djeluje isto ulazno električno polje s neznatnim utjecajem raspršenog polja od ostalih čestica u ansamblu. Ansambl raspršivača tretira se na način da je svojstvo raspršenja ansambla jednostavno zbroj pojedinačnih doprinosa pojedinih raspršivača<sup>57</sup>. Papir je, u načelu nezahvalan medij za istraživanje zbog činjenice da su optička svojstva njegovih komponenti sasvim drukčija.

Kada foton udari o površinu, dio težine fotona se gubi zbog refleksije, a preostala težina interno se lomi i nastavlja širiti putem brojnih raspršenja i apsorpcija. Konačno, težina fotona padne ispod unaprijed određenog praga razine od 1 % i simulacija za taj foton prestaje. U ovom primjeru, prestanak se dogodio kada je posljednji značajni dio preostale težine fotona

pobjegao na površini u nekom položaju koji se razlikuje od ulazne točke. Da bi se zadovoljio zakon očuvanja energije, koristili smo se fotonskim paketom od sto fotona.

### **5.1. Cilj istraživanja**

Detekcija ruba je jedna od najčešće korištenih operacija u analizi slike, te se u literaturi može pronaći vjerojatno više algoritama za poboljšanje i otkrivanje rubova od bilo koje druge teme. Razlog za to je što rubovi tvore obris objekta. Rub je granica između objekta i pozadine i označava granicu između preklapanja objekata. To znači da ako se rubovi na slici mogu točno identificirati, za sve objekte mogu se pronaći osnovna svojstva kao što su površina, opseg, oblik itd. koja se potom mogu mjeriti. Budući da računalni vid uključuje identifikaciju i klasifikaciju objekata na slici, detekcija ruba je osnovni alat. Važnost detekcije ruba motivirana je iz opažanja da se, pod općim pretpostavkama o procesu stvaranja slike, može pretpostaviti da diskontinuitet u svjetlini slike odgovara diskontinuitetu dubine, orijentacije površine, refleksije ili osvjetljenja. U tom smislu, rubovi u domeni slike predstavljaju jaku vezu s fizičkim svojstvima svijeta. Prikaz slikovne informacije s obzirom na rubove je također kompaktan u smislu da dvodimenzionalna slika uzorka predstavlja skup jednodimenzionalnih krivulja. Iz tih razloga, rubovi su korišteni kao glavne značajke u velikom broju algoritama koji se koriste u računalnom vidu (computer vision).

Direktna posljedica internog raspršenja svjetlosti u supstratu je optički prirast rastertonske vrijednosti, tako da bez otisaka pojedinih rasterskih elemenata i njihove slikovne analize ne bi bilo moguće provjeriti rezultate koje predviđa model. Model je simulirao raspršenje svjetlosti na supstratu na kojem se nalazi linija, čime je dobivena funkcija razmazivanja točke kojom smo uz upotrebu konvolucije simulirali reflektancijski profil otisnute linije.

Razlog za uzimanje linije kao osnove za usporedbu našeg modela s realnom situacijom leži u činjenici da je linija jedan od osnovnih geometrijskih oblika koji se koristi u rasterskoj reprodukciji. Važnost kvalitete otiska linije ogleda se u činjenici da se linija pojavljuje često u poslovnoj grafici kao važan element tabela, grafova, slika i naravno u tehničkim ilustracijama. Njezina kvaliteta je jako korelirana s kvalitetom teksta s obzirom na to da su zajedničke mnoge željene karakteristike linije i teksta: gustoća, oštrina, kvaliteta ruba itd. Za mnoge tehnike tiska kvaliteta linije je mjera osnovnih varijabli rada pisača, kao što je npr. konzistencija veličine kapljice kod ink-jet pisača. Te varijable ne utječu samo na kvalitetu linije već i na druge aspekte kvalitete tiska kao što je kvaliteta teksta, uniformnost pokrivanja



površine itd. Na taj način se mjerenje kvalitete tiska linije može koristiti da se predvidi mnogo općenitija kvaliteta tiska. S druge strane analiza linije može se koristiti za određivanje interakcije bojilo-supstrat ili bojilo – bojilo (na već postojećem nanosu neke druge boje). Svi ti razlozi bili su motiv pri odabiru linijskog uzorka kao medija za usporedbu našeg modela s realnom situacijom.

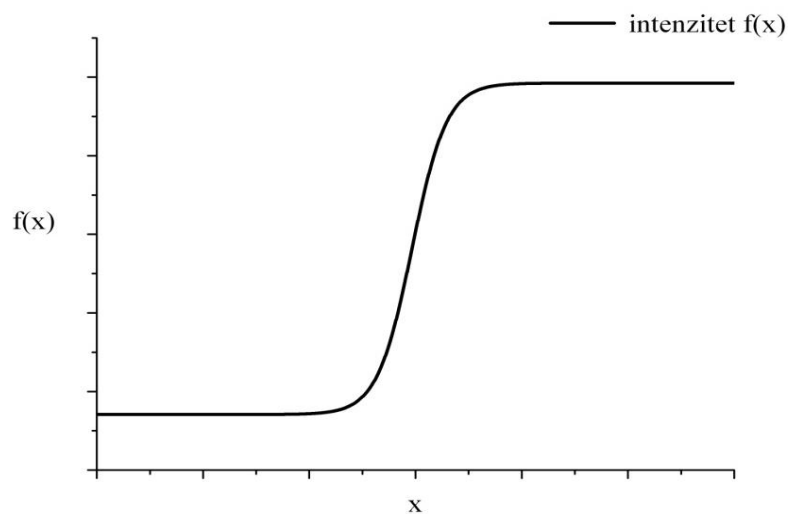
Detekcija ruba odnosi se na proces identifikacije i lociranja oštih diskontinuiteta u slici. Diskontinuiteti su nagle promjene u intenzitetu piksela koji obilježavaju granice objekata u sceni. Klasične metode detekcije ruba uključuju konvoluciju slike s operatorom (2D filter), koji je konstruiran tako da bude osjetljiv na velike gradijente na slici dok uniformnim područjima pridružuje vrijednost nule. Postoji iznimno velik broj operatora detekcije ruba na raspolaganju, svaki dizajniran da bude osjetljiv na određene vrste rubova. Varijable uključene u odabir operatora detekcije ruba:

- *Orijentacija ruba*: geometrija operatora određuje karakterističan smjer u kojem je on najosjetljiviji na rubove. Operatori se mogu optimizirati da traže horizontalne i vertikalne ili dijagonalne rubove.
- *Pozadinski šum*: detekcija ruba je teška kod slika koje sadrže mnogo šuma, jer su i šum i rubovi visokofrekventnog sadržaja. Izabrani operator treba pokušati smanjiti utjecaj šuma u zamagljenim i iskrivljenim rubovima. Operatori koji se koriste na slikama koje sadrže mnogo šuma obično imaju veći djelokrug, tako da mogu usrednjiti dovoljno podataka i obezvrijediti lokalizirane piksele šuma. To rezultira manje preciznom lokalizacijom detektiranih rubova.
- *Struktura ruba*: nisu svi rubovi uključeni u skokovite promjene intenziteta. Efekti kao što su lom ili loš fokus mogu rezultirati objektima s granicama utvrđenim postupnim promjenama u intenzitetu. U takvim slučajevima operator mora biti tako izabran da reagira na takve postupne promjene. Novije tehnike bazirane na tzv. valićima (wavelet theory) zapravo karakteriziraju prirodu tranzicije za svaki rub kako bi se razlikovalo, primjerice, rubove povezane s kosom od rubova povezanih s licem.

Postoji mnogo načina za obavljanje detekcije ruba, no većina različitih metoda može se svrstati u dvije kategorije:

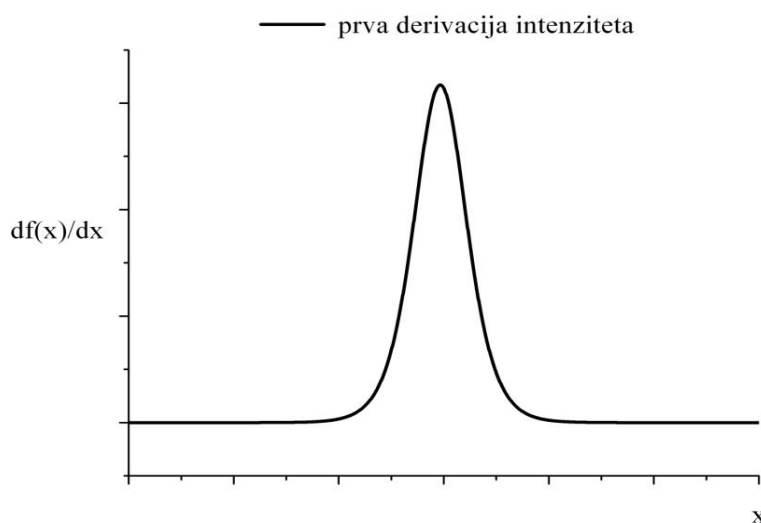
- Gradijent: gradijentna metoda detektira rubove traženjem maksimuma i minimuma prve derivacije slike.
- Laplacijan: kako bi se pronašli rubovi, metoda Laplacijana pretražuje pozicije na slici u kojima druga derivacija ima vrijednost nula. Rub ima jednodimenzionalni oblik rampe i izračun derivacije slike može naglasiti njeno mjesto.

Neka je data slika ruba prikazanog skokom u intenzitetu:



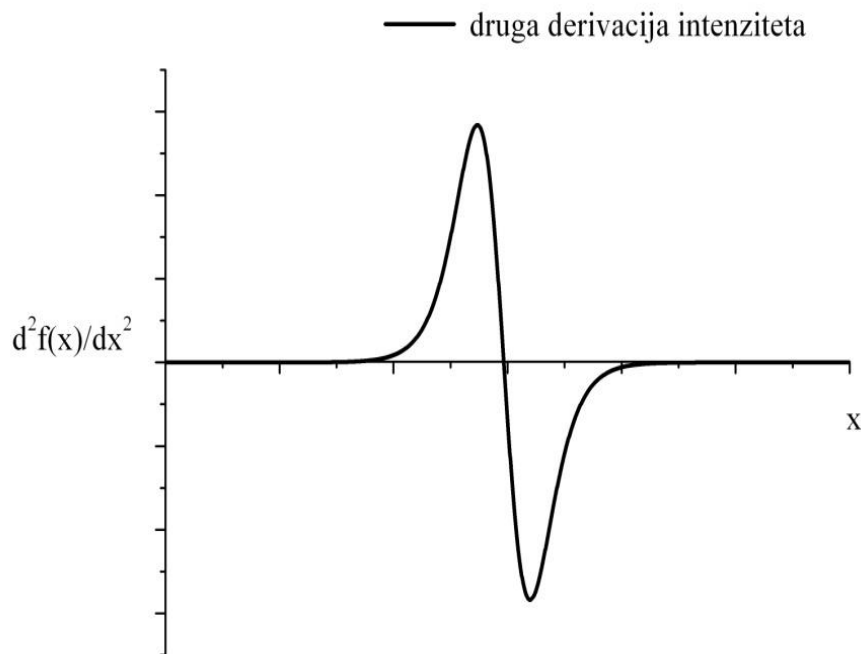
Slika 59: Slika ruba prikazanog skokom u intenzitetu

Uzme li se gradijent tog signala (koji je, u jednoj dimenziji, upravo prva derivacija s obzirom na  $x$ ) dobiva se sljedeće:



Slika 60: Gradijent signala prikazanog na slici 59

Jasno, derivacija pokazuje maksimum koji se nalazi na sredini ruba u izvornom signalu. Ova metoda lociranja ruba je karakteristika gradijentnog filtera - obitelji filtera detekcije ruba i uključuje Sobelovu metodu<sup>58</sup>. Lokacija piksela je proglašena lokacijom ruba ako vrijednost gradijenta premašuje neki unaprijed određeni prag (graničnu vrijednost). Kao što je spomenuto prije, rubovi će imati veće vrijednosti piksela od onih koji ga okružuju. Tako s jednom određenim pragom, možemo usporediti vrijednost gradijenta s graničnom vrijednosti i detektirati rub kad god je prag prekoračen. Nadalje, kada je prva derivacija u maksimumu, druga derivacija je jednaka nuli. Kao rezultat toga, druga alternativa za pronalaženje lokacije ruba je pronalaženje nule druge derivacije. Ova metoda je poznata kao Laplacijan, a druga derivacija intenziteta prikazan je ispod:



Slika 61: Pronalaženje lokacije ruba pomoću druge derivacije slike ruba

## 5.2. Parametri modeliranog papira<sup>59</sup>

Papir se može promatrati kao trodimenzionalna mreža koja se sastoji prvenstveno od biljnih vlakana koji se održavaju zajedno pomoću vodikovih veza hidroksilnih skupina celuloze i hemiceluloze. Ostali glavni sastojci uključuju punila, keljiva, ostale funkcionalne aditive, te vodu i zrak. Papir se često smatra kao beskonačna mreža u dvije dimenzije, ali je uvijek konačan u z-smjeru papira, gdje postoji jasno definirana granica između mreže i zraka, a priroda i struktura mreže na ovoj granici u velikoj mjeri definiraju površinu papira. Površina papira je relativno ravna, jer su vlakna tako orijentirana da su u najvećoj mjeri usklađena s ravninom papira. Stoga je, tijekom proizvodnog procesa papira, potrebno poduzeti različite korake kako bi se osiguralo da površina bude doista ravna i glatka. Površina papira je iznimno važna, osobito za papire namijenjene tiskanju i pisanju. Jedna od glavnih funkcija papira je prihvatiti i prenositi tiskane poruke. Matematički gledano, površina papira je ravnina nulte debljine, a time je i njegov volumen jednak nuli. No, u tehnološkom smislu, površina papira odnosi se na određenu debljinu i volumen, koji imaju dobro definirane i važne značajke.

Kako bi se poboljšala kvaliteta površine, papirna ili kartonska podloga nakon proizvodne faze često podliježe nekoj vrsti površinske obrade, primjeni ili površinskog završnog sloja (sizing) ili pigmentnog premaza. Poboljšana kvaliteta može biti usmjerena na optička svojstva, kao što su svjetlina, sjaj i neprozirnost, na taktilnu kvalitetu kao što je glatkoća, ali i što je najvažnije, na poboljšanu kvalitetu ispisa.

Svjetlost se raspršuje na mjestu kontakta između vlakana zbog činjenice da je stijenka običnog celuloznog vlakna transparentna te stoga zanemarivo rasipa svjetlost. Stoga se koeficijent raspršenja može smatrati kao mjera povezanosti između vlakana. Mehanička vlakna celuloze rasipaju manje od kemijskih zbog svoje manje specifične površine.

U našem pristupu, koristili smo činjenicu da standardna devijacija refleksije - šum - nije jednaka nuli čak ni za neotisnute papire, tako da smo mjerili refleksije na tri najčešće korištene vrste papira za tiskanje u digitalnom tisku: ARCOPRINT 120g, NAVIGATOR 80g i SPLENDORGEL 115g te ih usporedili s modeliranim papirom.

Rezultati su izračunati na temelju nekih tipičnih vrijednosti svojstava papire, koji su odabrani iz literature<sup>60,61,62,63,64</sup>. Izabrali smo kompromisni sastav papira koji odgovara dostupnim podacima, a još uvijek dovoljno jednostavan da ne konzumira prekomjerno računalo vrijeme.

U našim izračunima korišten je "papir" koji se sastoji od mehaničke i kemijske celuloze, punila, premaza i zraka (broj komponenti nije ograničen računalnim programom) u količinama zastupljenim s omjerima težine prikazanim u tablici 1 Tablica 1. Naravno, sastav aktualnih papira čija je refleksija mjerena komercijalna je tajna, ali sastav korišten u našem modeliranom papiru je dao prilično dobre rezultate, kao što su pokazali i modelirani profili refleksije papira<sup>65</sup>.

Indeks loma premaza  $n$  izabran je da bude 1,65, što odgovara barijevom sulfatu ili kalcijevom karbonatu. U slučaju modeliranja s premazom od kaolina, koristili smo indeks loma  $n = 1,55$ .

Tablica 1: Podaci za jedan od naših premazanih "papira" koji se sastoji od pet komponenti: punila, mehaničke pulpe, kemijske pulpe, premaza (coatinga) i zraka.

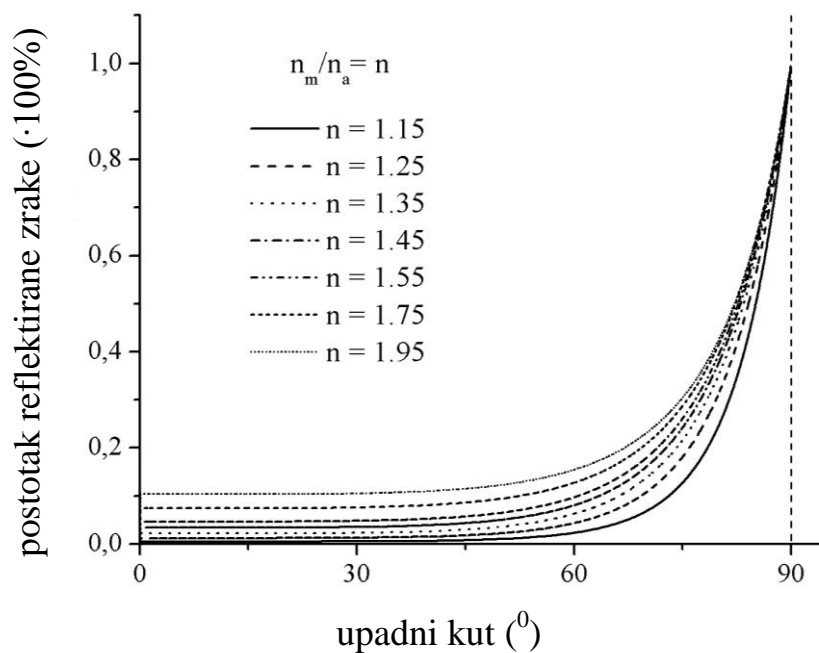
Komponenta	Težinski udio, %	Faktor asimetrije (g), -	Koeficijent raspršenja ( $\mu_s$ ), m <sup>2</sup> /kg				Koeficijent apsorpcije ( $\mu_a$ ), m <sup>2</sup> /kg			
			Valna duljina ( $\lambda$ ), nm				Valna duljina ( $\lambda$ ), nm			
			400	500	600	700	400	500	600	700
Punilo	14	0.7	25	25	25	25	0.5	0.5	0.5	0.5
Mehanička pulpa	30	0.5	25	75	70	70	29	6	1	0.5
Kemijska pulpa	27	0.75	25	108	115	110	29	6	1	0.5
Coating	17	0.02	30	30	30	30	0.02	0.02	0.02	0.02
Zrak	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Prilikom modeliranja nepremazanih papira uzeli smo da je za površinski završni sloj (surface sizing layer) korišten škrob čiji je indeks loma  $n = 1,47$ .

Tablica 2: Numerički podaci za jedan od naših nepremazanih "papira" koji se sastoji od četiri komponente: punila, kemijske pulpe, keljiva (škrob) i zraka.

Komponenta	Težinski udio, %	Faktor asimetrije (g), -	Koefficient raspršenja ( $\mu_s$ ), m <sup>2</sup> /kg				Koefficient apsorpcije ( $\mu_a$ ), m <sup>2</sup> /kg			
			Valna duljina ( $\lambda$ ), nm				Valna duljina ( $\lambda$ ), nm			
			400	500	600	700	400	500	600	700
Punilo	10	0.7	25	25	25	25	0.5	0.5	0.5	0.5
Kemijska pulpa	69	0.75	25	108	115	110	29	6	1	0.5
Keljivo	9	0.02	30	30	30	30	0.02	0.02	0.02	0.02
Zrak	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0

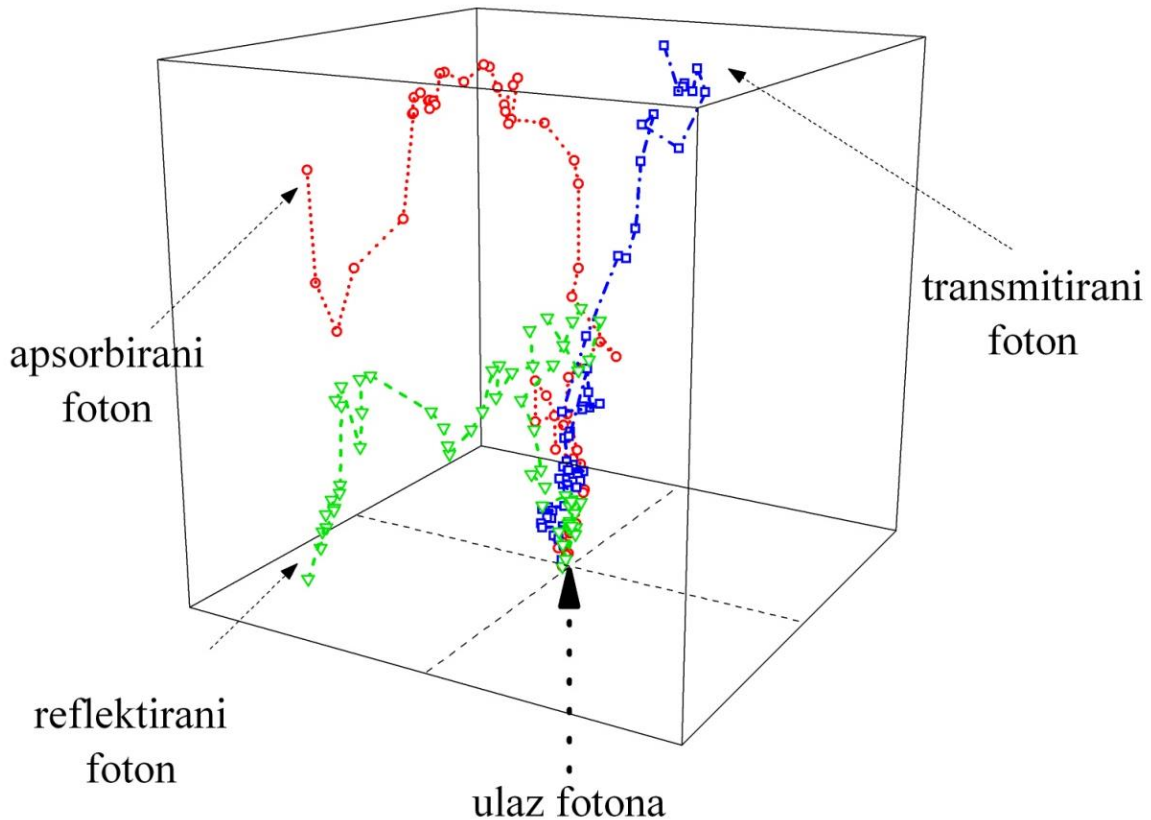
Naš program automatski ne uzima u obzir zrcalnu refleksiju s površine papira, ali to se određuje pomoću Fresnelovih jednadžbi koje daju vjerojatnost koliko se ulazne zrake reflektira a koliko će ući u papir i započeti svoje putovanje koje nas zapravo zanima. Na Slika 62 prikazan je grafikon koji daje vjerojatnost izraženu u postotku, koliko se ulaznog snopa svjetlosti, koji pada pod nekim kutom, zrcalno reflektira. Može se vidjeti da se, za ulazne kutove do oko 45<sup>0</sup>, zrcalna refleksija ne mijenja značajno, te iznosi između 3% i 10%, ovisno o indeksu loma medija. Ova slika odgovara difuznom reflektoru koji prikladno opisuje refleksiju papira.



Slika 62: Postotak reflektirane zrake u odnosu na ulaz prikazan kao funkcija upadnog kuta, ovisno o indeksu loma podloge (Fresnelove jednadžbe).

Kao jednostavan primjer naših simulacija, izračunali smo tipične putanje pojedinačnih fotona i prikazali ih na slici 63. Na slici se vidi da jednodimenzionalni upadni snop fotonskih paketa pada na površinu pod pravim kutom.

Monte Carlo simulacija ovog tipa temelji se na makroskopskim optičkim svojstvima za koje se pretpostavlja da prevladavaju nad malim dijelovima volumena papira, kao što su npr. celulozna vlakna, punila, ljepila, itd.<sup>66</sup>. Jednostavna tehnika redukcije varijancije koristi se za poboljšanje učinkovitosti simulacije. Ova tehnika omogućuje nam istovremeno propagiranje brojnih ekvivalentnih fotonskih paketa.



Slika 63: Izračunate putanje pojedinih fotonskih paketa u mediju na temelju našeg modela. Svaka točka predstavlja položaj gdje je došlo do raspršenja i/ili apsorpcije. U našem istraživanju bilježili smo samo reflektirane fotone (zeleno).

Slika prikazuje da fotoni mogu doživjeti višestruka raspršenja prije nego što budu transmitirani, apsorbirani ili reflektirani, odnosno vraćeni na ulaznu površinu. Višestruko raspršenje, prema simulaciji, uzrokuje prigušenje (smanjenje težine) fotonskih paketa. To dovodi do zanimljive činjenice, s obzirom na vrijednosti koeficijenata raspršenja i apsorpcije, da je apsorpcija papira daleko značajnija nego što se pretpostavljalo. Apsorpcijske vrijednosti, prema simulaciji, idu do 30% od početne vrijednosti. Još jedna važna činjenica koja proizlazi iz naših simulacija je da ne postoje višestruke refleksije između graničnih površina papira. Naime, njihov broj je zanemariv, tako da opisi koji uzimaju ova razmišljanja kao glavni argument u pokušaju modeliranja Yule-Nielsenova efekta, ne odražavaju realnu situaciju.

Provedene simulacije za nepremazani papir pokazuju 30% raspršenih fotona od ukupnog broja ulaznih fotona u odnosu na 20% raspršenih za premazani papir. Razlog tome su različita dielektrična svojstva površina jednog i drugog papira. Naime, dolazi do interne refleksije na granici supstrat – premaz (kod premazanih papira) odnosno supstrat – završni sloj (kod

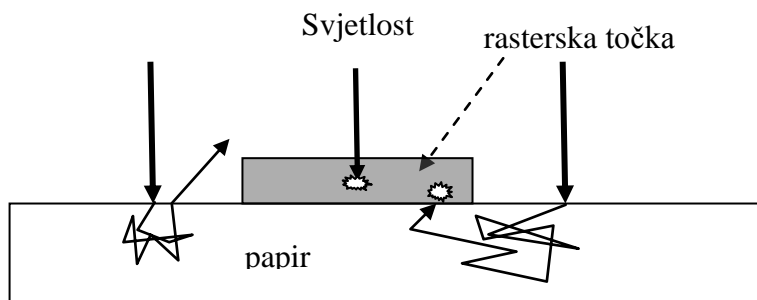


nepremazanih papira) koja reflektira fotonski paket natrag u supstrat, što bi rezultiralo povratkom paketa na ulaznu površnu (paket bi izašao izvan papira), a time i povećanje ukupnog raspršenja.

### **5.3. Prirast rastertonske vrijednosti – dot gain**

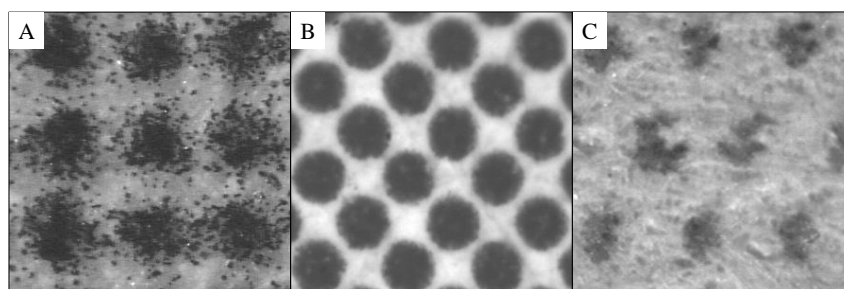
Zbog tehničkih razloga i efekta uhvata svjetlosti tiskanje bez prirasta rastertonske vrijednosti (dot gain) nije moguće. Dot gain je odavno prepoznat kao jedan od najkritičnijih faktora kvalitete tiska. Fizički prirast rastertonske vrijednosti uzrokovan je razmazivanjem bojila na periferiji rasterske točkice, apsorpcijom bojila u papir, napetosti površine bojila, interakcijom podloge i bojila, itd. Zbog nejednakih svojstava apsorpcije bojila različiti papiri generiraju različite priraste (premazani papiri se opiru apsorpciji, dok nepremazani dozvoljavaju veću apsorpciju bojila, pa prema tome pokazuju i veći prirast). Ovisno o tehnologiji tiska na papirima se bojilo ustvari mehanički istiskuje prema van iz prostora između tiskovne forme i papira. To uzrokuje da je otisnuta točkica veća od odgovarajuće na tiskovnoj formi, što je opet usko povezano s viskoznošću i adhezivnim svojstvima boje. Naravno, ima još mnogo faktora koji utječu na postojanje i veličinu fizičkog prirasta rastertonske vrijednosti. Važan učinak koji se javlja uz mehanički je i optički prirast rastertonske vrijednosti koji potječe od raspršenja i širenja fotona unutar supstrata<sup>67,68,69</sup>.

Temeljni razlog za postojanje optičkog prirasta rastertonske vrijednosti je lateralno raspršenje svjetlosti u samom papiru. Razlučivanje tonova i mogućnost reprodukcije svih grafičkih proizvoda od papira uvjetovani su znatno načinom na koji se svjetlost rasipa u papiru. Svjetlost koja ulazi u papir između rasterskih elemenata lateralno se širi unutar papira prije nego što stigne ponovno do ulazne plohe i napušta papir kao reflektirana svjetlost.



Slika 64: Optički prirast rastertonske vrijednosti uzrokovan je raspršenjem svjetlosti unutar papira na kojem su točkice otisnute.

To bočno podpovršinsko raspršenje povećava vjerojatnost da svjetlost dosegne rasterski element te je taj isti rasterski element apsorbira. Na ovaj način je vidljivo da je efektivni presjek za apsorpciju fotona veći od fizičke veličine rasterskog elemenata, što ukazuje na podrijetlo pojma optičkog prirasta. Druga manifestacija optičkog prirasta je to da prosječna reflektancija papira između točaka,  $R_p$ , nije ista kao refleksije golog papira,  $R_g$ . To se može mjeriti eksperimentalno određivanjem prosječne vrijednosti piksela papira između točaka.



Slika 65: Primjeri različitih oblika točaka generiranih od različitih boja, papira, i tehnologije tiska: A) 300 dpi elektrofotografski laserski pisač na običnom papiru; B) 150 dpi ofset na papiru koji se koristi prilikom tiskanja magazina; C) 300 dpi ink jet kapi oblikuju 4x4 klastere točaka kod 37,5 lpi na običnom papiru.

Ovaj nepoželjan, ali neizbježan fenomen poznat je kao optički prirast rastertonske vrijednosti (optical dot gain). Za proizvodnju papira koji uspješno ispunjava tražena optička svojstva, potrebno je razumjeti fizikalne principe strukture i sastav samog papira. Teorijske pretpostavke ovog rada, provedene u okviru Monte Carlo metode, detaljno su prezentirane u radovima<sup>36,48</sup> koji opisuju podpovršinski transport svjetlosti. To je numerička metoda za rješavanje matematičkih problema koja se temelji na slučajnom uzorkovanju iz dobro definiranih raspodjela vjerojatnosti. Naša ideja je bila pokazati model optičkog prirasta kao funkciju nekoliko jednostavnih predvidljivih parametara poput koeficijenata raspršenja ili

apsorpcije. Polazeći od stvarnih fizikalnih pretpostavki, modelirano je podpovršinsko raspršenje svjetlosti u podlozi kompleksne strukture. Za ovu vrstu problema, gdje statistički pristup pruža uvid i ujednačavanje za točne rezultate, metoda Monte Carlo nudi i fleksibilniji pristup transporta fotona u mediju kao što je papir. Kako je prikazano u radu Modrić i sur. (2009)<sup>48</sup>, iako ovaj model ima čisto stohastičku prirodu, ustanovilo se da je moguć kvazi-eksperimentalni pristup za istraživanje optičkih svojstava papira kao što je optički dot gain. Brojni radovi objašnjavaju učinke širenja fotona u mediju koristeći funkciju razmazivanja točke (PSF)<sup>70,71</sup>.

Intuitivno znamo da bilo koji realni proces akvizicije slike ima tendenciju da "zamagli" sliku. Savršena reprodukcija nije moguća, jer realni sustavi akvizicije slike uvijek imaju neke gubitke pa je proces tiskanja i pregledavanja slika nelinearan. Teorija prijenosa zračenja opisuje interakciju zračenja s medijem koji raspršuje i apsorbira svjetlost. Prvo aproksimativno rješenje dao je Schuster (1905)<sup>72</sup>, koji je u rješenju pretpostavio prostiranje zračenja u mediju samo prema naprijed i unatrag. Temeljem te aproksimacije Kubelka i Munk (1931)<sup>37</sup> su razvili svoj dobro poznati model. Fizikalni fenomen optičkog prirasta rastertonske vrijednosti (dot gain) ili Yule-Nielsenov<sup>73</sup> efekt u osnovi je raspršenje svjetlosti unutar supstrata (papira). Raspršenje svjetlosti unutar podloge papira na kojem je otisnuta neka slika je izrazito kompleksan proces. Yule i Nielsen ustanovili su da se optički dot gain može dobro aproksimirati uvođenjem empirijskog faktora  $n$ <sup>74</sup>, u tzv Murray-Davisovu<sup>75</sup> jednadžbu iako fizikalno značenje faktora  $n$  nije bilo jasno. Nedugo nakon toga Clapper i Yule proširuju rad Yula i Nielsena uvođenjem doprinosa višestrukih internih refleksija između gornjih i donjih granica supstrata<sup>76</sup>. Njihova je pretpostavka da je sloj boje uniforman te da se svjetlost kompletno raspršuje u supstratu. Kompletno raspršenje svjetlosti je aproksimacija kad je prosječna udaljenost bočnog raspršenja mnogo veća od veličine rasterskog elementa.

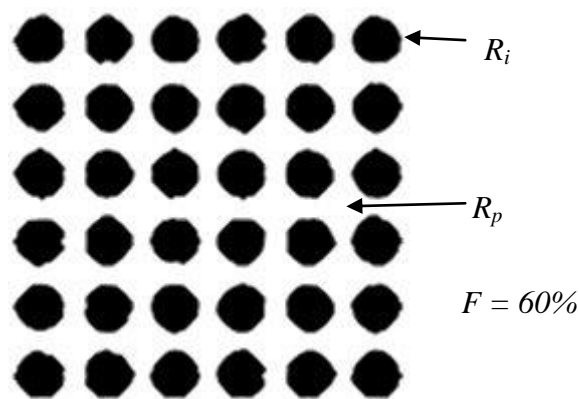
U većini postupaka otiskuje se bojilo na papir u jednom nivou uz samo dvije mogućnosti transfera boje na podlogu - otiskivanje ili neotiskivanje. Postizanje stupnjeva sivih tonova dobiva se otiskivanjem uzorka geometrijskih elemenata (često su to točkice) i variranjem vrijednosti  $F$  - površine papira prekrivenog elementima, što se može postići samo variranjem veličine rasterskog elementa. Konzistencija s originalom postiže se dodatno efektom integracije što je svojstveno ljudskom oku kad promatra scenu iz neke udaljenosti.

Zna se da se pojedine rasterske točkice danih sivih tonova ne mogu razlikovati, ako se otisak promatra s odgovarajuće udaljenosti. Na taj način, naše oči integriraju svjetlost i vidimo visoku vrijednost reflektancije  $R$ . Srednja reflektancija koja se opaža ima statističku težinu,

reprezentiranu s težinskom vrijednošću  $F$ , koja je ustvari jednaka omjeru površine prekrivene rasterskim točkama i površine papira. Očito je da  $F$  ima vrijednosti između 0 za neotisnuti papir i 1 za papir potpuno prekriven bojom. Murray i Davies su modelirali reflektanciju,  $R$ , rasterskih slika:

$$R(F) = FR_i + (1 - F)R_p \quad (31)$$

gdje  $R$ ,  $R_i$  i  $R_p$  predstavljaju srednju reflektanciju slike, reflektanciju otisnute boje i reflektanciju neotisnutog papira (indeksi  $i$  - ink,  $p$  - paper).



Slika 66: Ilustracija veličina uz Murray - Daviesovu jednadžbu.

Promatrano odstupanje od tog jednostavnog linearnog modela zove se Yule-Nielsenov efekt.

Kako bi opisali ovaj efekt, oni su, na temelju iskustva, predložili sljedeće poboljšanje:

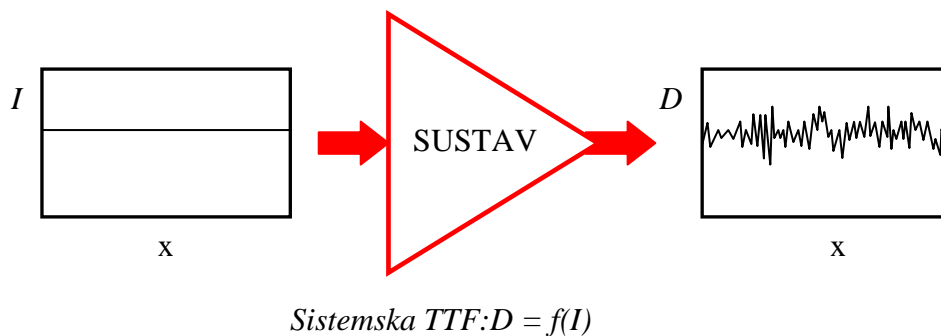
$$R(F) = \left[ FR_i^{\frac{1}{n}} + (1 - F)R_p^{\frac{1}{n}} \right]^n \quad n \in [1, \infty) \quad (32)$$

gdje je  $n$  empirijska konstanta prilagođena kako bi odgovarala mjerenim rezultatima.

Konstantna  $n$  se također zove *kalibraciona konstanta tiskarskog sustava*. Refleksija predviđena jednadžbom (32) općenito je veća od mjerene.

## 5.4. Modeliranje funkcije šuma

Pretpostavimo da imamo slikovni sustav s ulazom  $I$  i izlazom  $D$ , pri čemu  $D$  može biti bilo koji tip izlaza (signal, slika,...). Čak i ako je ulaz,  $I$ , konstantan po cijeloj slici, izlaz,  $D(x, y)$ , neće biti točno isti po cijeloj slici. On će se razlikovati, često slučajno, kao posljedica šuma u sustavu. Šum se može okarakterizirati kao standardna devijacija izlaza,  $\sigma_D$ .



Slika 67: Šum u slikovnom procesu

Može biti mnogo uzroka šuma, a uzroci šuma mogu se shvatiti kao varijable šuma (često slučajne varijable). Izlaz  $D$  je, dakle, ne samo funkcija ulaza  $I$  i položaja na slici  $(x, y)$ , već i funkcija varijabla šuma  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , za  $n$  uzroka šuma. Prema tome, svaki uzrok šuma ima utjecaj na izlaz.

$$D = f(I, x, y, z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (33)$$

Svaki pojedini uzrok šuma,  $z_i$ , može se opisati u smislu svoje vlastite varijacije šuma,  $\sigma_i$ . Svaka komponenta šuma,  $\sigma_i$ , doprinosi ukupnom šumu sustava. Za male iznose šuma,  $\sigma_D \ll (D_{max} - D_{min})$ , komponente šuma mogu biti dodane prema jednadžbi (2).

$$\sigma_D^2 = \sum_{i=1}^n (\gamma_i^2 \cdot \sigma_i^2) \quad (34)$$

gdje je

$$\gamma_i = \frac{\partial f}{\partial z_i} \quad (35)$$

Jednadžba (34) je općenito vrlo dobra aproksimacija za male iznose šuma i primjenjuje se dobro u većini realnih sustava. Ta je jednadžba korisna za razumijevanje mehanicističkih uzroka šuma u sustavu.

Jednadžba (35), koja je također aproksimacija, korisna je za modeliranje propagacije šuma kroz slikovni sustav karakteriziran višestrukim procesima. Svaki proces u sustavu ima TTF, kao što je prikazano u ciklusu reprodukcije tona na Slika 67. Svaki proces karakterizira  $\gamma_i$  i šum  $\sigma_i$ . Ukupni šum u sustavu može se modelirati u odnosu na komponentu šuma svakog procesa pomoću jednadžbe (34).

U našem slučaju postoje tri izvora šuma. Prvi je sam papir. Znamo da prazan papir ima vrijednost standardne devijacije refleksije (šum) različitu od nule. Taj šum nazivamo zrnatost papira  $\sigma_p$  ( $p$  - papir). On najviše pridonosi zrnatosti slike kod  $R_{max}$ . Međutim, pri  $R_{min}$ , za najtamniji dio slike, boja potpuno prekriva papir, a zrnatost je uzrokovana ponajprije varijabilnošću u nanosu boje (mottling). Taj šum po analogiji nazivamo zrnatošću, tj. zrnatost boje  $\sigma_i$  ( $i$  - boja). Kako je papir sve više i više pokriven bojom, tako se važnost  $\sigma_p$  smanjuje, a važnost  $\sigma_i$  povećava. Ovaj se efekt može modelirati definiranjem reflektancija  $R_p$  i  $R_i$  kao što je prikazano jednadžbama (36) i (37).

$$R_p = \frac{R(F) - R_{min}}{R_{max} - R_{min}} \quad (36)$$

$$R_p = 1 - R_i \quad (37)$$

Sada možemo modelirati RMS (korijen kvadrata srednje vrijednosti) zrnatosti u odnosu na reflektanciju slike  $R$  primjenom jednadžbe (38) koja je napisana pomoću kvadrata standardne devijacije  $\sigma^2$ , također poznatog kao varijancija. Naime, za razliku od standardne devijacije, varijancije slučajnih događaja su aditivne veličine.

$$\sigma = \sqrt{R_i \cdot \sigma_i^2 + R_p \cdot \sigma_p^2} \quad (38)$$

Jednadžba (38) ne pruža potpuni model zrnatosti u našem sustavu. Osim varijabilnosti papira i boje, i mjerni uređaj ima neku varijabilnost. Šum mjernog sustava prikazat ćemo kao

standardnu devijaciju  $\sigma_{sys}$ . Dodavanje ove varijabilnosti mjernog sustava ukupnom šumu daje jednadžbu (39) za ukupnu varijanciju sustava.

$$\sigma = \sqrt{R_i \cdot \sigma_i^2 + R_p \cdot \sigma_p^2 + \gamma(R)\sigma_{sys}^2} \quad (39)$$

gdje je  $\gamma(R)$ , bez ulaženja u detalje, data izrazom

$$\gamma(R) = \frac{dTTF(R)}{dR}$$

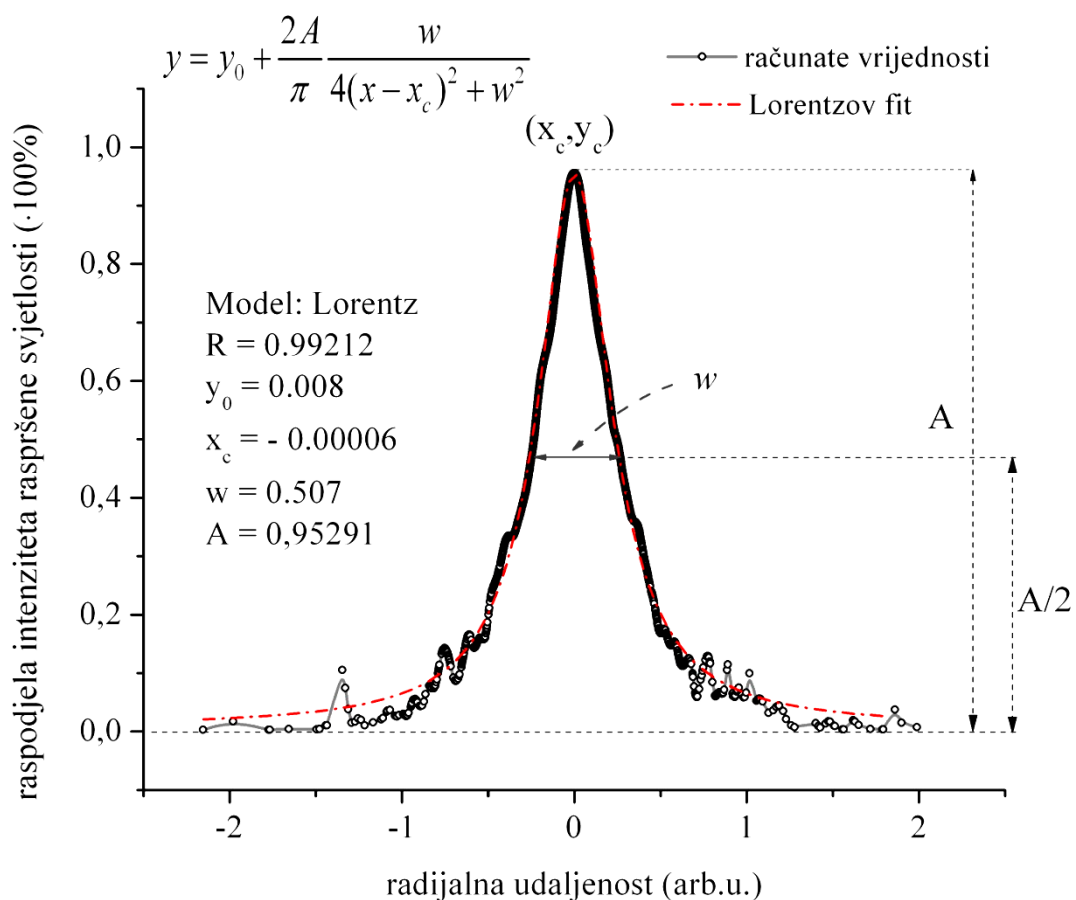
U našim je mjerenjima utjecaj senzora (Personal IAS – Poglavlje 5.6) bio zanemariv, šum samog papira nije se mijenjao već je jedini doprinos dolazio od otisnute linije. Takvo što bi se moglo smatrati čudnim jer smo modelirali utjecaj linije (dot gain) raspršenjem svjetlosti u papiru. Međutim, konvolucijski pristup određivanja reflektancijskog profila linije pridružuje optički dot gain reflektanciji linije kao što će biti prikazano u slijedećim poglavljima.

### 5.5. Određivanje funkcije razmazivanja točke (PSF) modeliranog papira

Polazeći od same definicije PSF, izračunali smo njen oblik kao funkciju parametara papira. Modeliranjem linijskih profila željeli smo ispitati pojedinačan utjecaj svakog parametra kao što su koeficijenti raspršenja i apsorpcije komponenti papira, postotak zastupljenosti komponenata, parametri asimetrije koji su važni za određivanje doprinosa celuloznih vlakana raspršenju, vrste i debljine slojeva (uzme li se u obzir premazani papir), indeks loma ulaznog sloja premaza i njegova debljina, vrsta i oblik površine papira, i drugi parametri koji utječu u manjoj ili većoj mjeri na kolektivni efekt koji nazivamo optički prirast rastertonske vrijednosti (dot gain). Raniji pristupi nisu imali kompleksnost potrebnu za realan opis sustava, a njihovi autori prezentirali su aproksimacije koje nisu uvijek imale najkorektniju fizikalnu osnovu. Tako su, krajem sedamdesetih godina prošlog stoljeća, vođeni intuitivnom idejom da promatrana distribucija raspršene svjetlosti koja dolazi od točkastog izvora ima zvonolik profil centriran u ulaznoj točki, Yule i Nielsen predložili da LSF bude opisana pomoću Gaussove raspodjele<sup>77</sup>. Naš model<sup>36,48</sup>, na temelju stohastičkog pristupa, pokazuje da je za određeni skup parametara kompletan opis dat s Lorentzovom raspodjelom koju smo stavili, radi jednostavnosti, u ishodište koordinatnog sustava kao što je prikazano na Slika 68. Dobivena funkcija je neovisna o položaju u upadnoj ravnini, tako da se može smatrati kao invarijantna na pomak.

Da bi modelirali PSF(x) pušten je snop fotonskih paketa okomit na površinu papira i brojao je ukupno  $20 \cdot 10^6$  fotona. Nakon njihovog prolaska kroz medij registriran je njihov intenzitet i položaj prilikom povratka na ulaznu površinu. Dobivenu raspodjelu nakon normiranja na jedinicu površine ispod analitičke krivulje prepoznajemo kao PSF(x). U realnosti naravno ima mnogo više fotona, međutim u ovom slučaju ovaj broj predstavlja kompromis između realnijeg opisa i konzumacije računalnog vremena. Povećanjem broja fotona smanjio bi se šum u reflektanciji s površine papira, pri čemu se profil same linije ne mijenja.

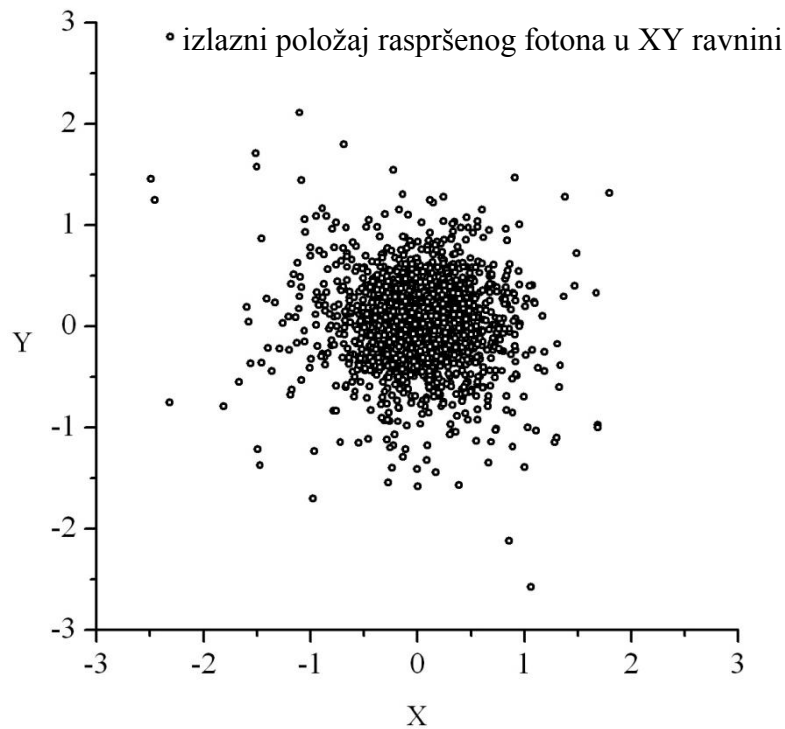
Funkcija PSF (x, y), daje gustoću toka kao funkciju pravokutnih koordinata u ravnini slike i opisuje kako se oštra točka razmazuje zbog raspršenja svjetlosti u substratima.



Slika 68: Izračunata radijalna raspodjela podpovršinski raspršenog svjetlosnog snopa ulaznih fotonskih paketa koji prodiru u površinu u točki (0,0) premazanog papira i modelirani profil Lorentzovom raspodjelom (koeficijent korelacije  $R = 0,99212$ )<sup>36</sup>.



Argument za aproksimaciju cilindrične simetrije dobivenih profila može se vidjeti na Slika 69. Slika je dobivena s više od 20.000 izračunatih točaka (zbog jednostavnosti nisu sve na slici), što je relativno mali broj fotona, ali ilustrira spomenutu simetriju prilično dobro. Svaka točka na slici predstavlja izlazni položaj fotonskog paketa.



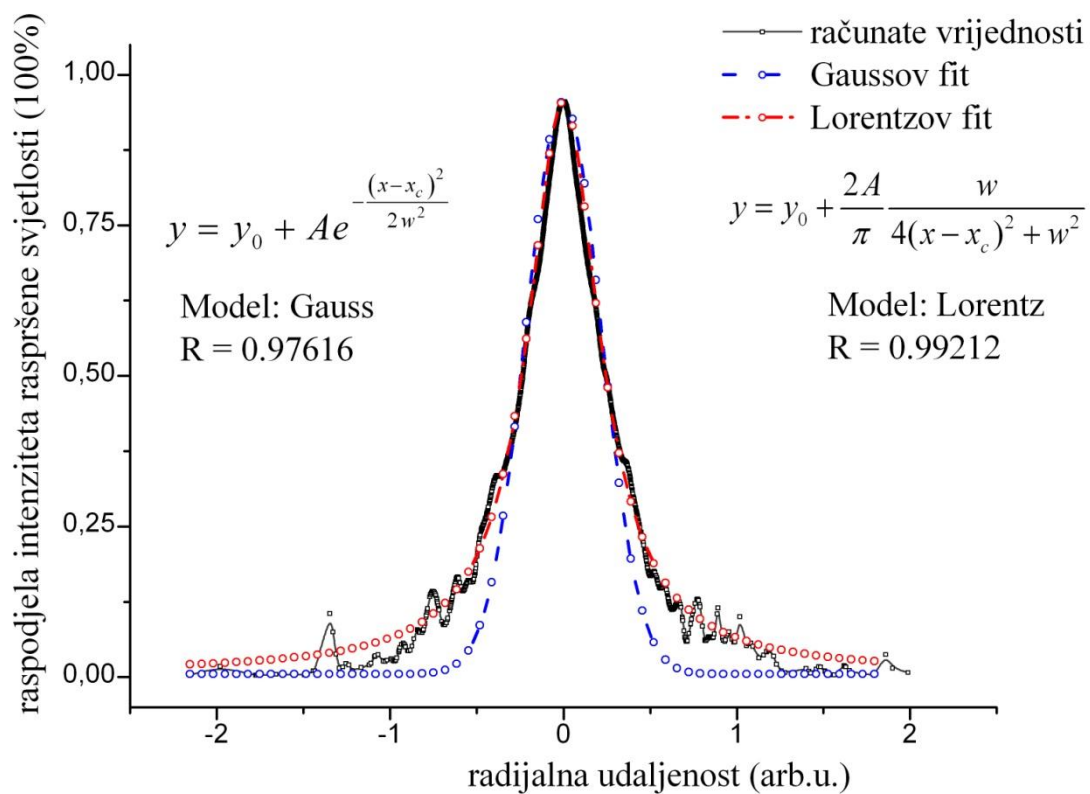
Slika 69: Površinska raspodjela izlaznih fotonskih paketa pokazuje približnu cilindričnu simetriju izračunatog podpovršinskog raspršenja svjetlosnog snopa

Prikazana raspodjela raspršenja svjetlosti (Slika 68), ako je površina ispod krivulje normirana, predstavlja raspodjelu vjerojatnosti. Normiranje izračunate ukupne površine ispod profila na jedinicu zahtijeva definiciju PSF kao vjerojatnosti da foton izlazi na mjestu  $(x, y)$  ako ulazi u točki  $(0,0)$  na istoj površini. Ova vjerojatnost zahtijeva da površinski integral profila bude jednak jedinici.

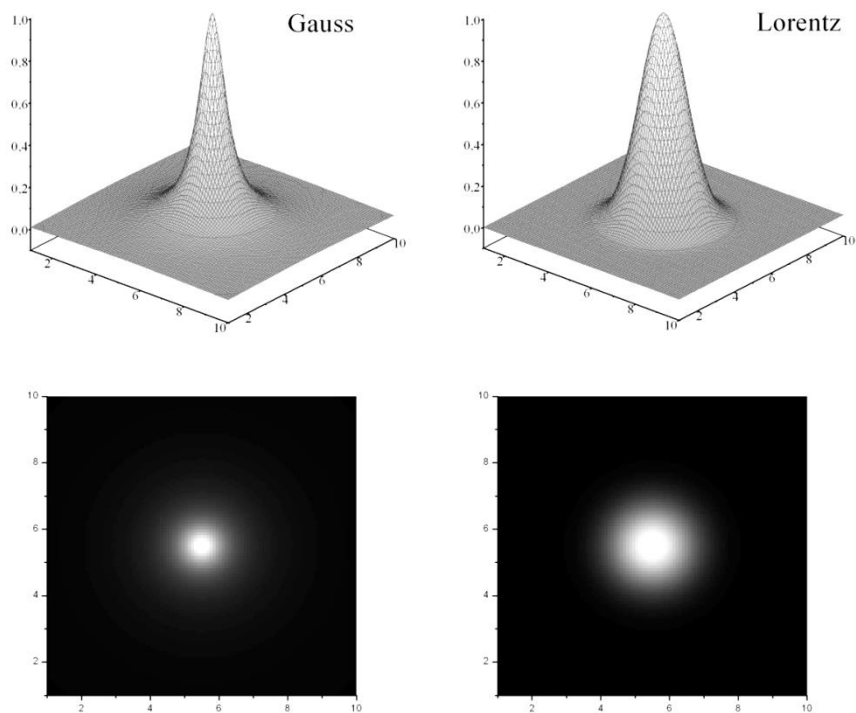
$$PSF(r) = \frac{1}{\mathfrak{R}} \left( \frac{1}{\pi} \frac{\frac{w}{2}}{(r-r_c)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2} \right) \quad (40)$$

gdje je  $r_c$  je položaj centra, a  $w$  parametar koji određuje širinu profila. Konstanta  $\mathfrak{R}$  je određena definicijom PSF kao vjerojatnosti, tako da:

$$\mathfrak{R} = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi} \frac{\frac{w}{2}}{(r-r_c)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2} \right) dr \quad (41)$$



Slika 70: Usporedba Lorentzovog i Gaussovog profila s izračunatim profilom. (R - koeficijent korelacije)<sup>36</sup>



Slika 71: Usporedba Gaussovog i Lorentzovog profila

Kao što je spomenuto prije, u literaturi susrećemo nekoliko pristupa koji opisuju lateralno raspršenje svjetlosti u papiru pomoću funkcije PSF. Većina tih funkcija je određena empirijski<sup>101</sup> ili uz pretpostavku određene vrste funkcija<sup>78,79</sup>. Međutim, drugi autori su se usredotočili na numeričke simulacije<sup>80</sup>, mjerenja mikroskopske reflektancije<sup>81</sup> ili difuziju zračenja<sup>82</sup>. Postoje dvije predložene formulacije: Gaussova<sup>77</sup> funkcija razmazivanja linije  $LSF(x)$ , i eksponencijalna PSF<sup>83,84</sup>. Budući da PSF funkcija također može biti prepoznata kao gustoća vjerojatnosti neki autori pokušali su sa stohastičkim modelima u opisivanju lateralnog raspršenja u papiru. Ideje i osnovni pojmovi objašnjeni su u poglavljima 2. i 4. Veza između PSF i LSF:

$$LSF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} PSF(x, y) dy \quad (42)$$

Pokušaj realističnijega opisa papira prema zakonima optike (Fresnelova refleksija na granici između dva medija) doveo je do realizacije Clapper-Yule modela<sup>85</sup> koji je napravljen za potrebe predviđanja refleksije fotografskih slika. Clapper-Yule model ima prednost modeliranja zrcalne refleksije i internih refleksija (Fresnelova refleksija) na granici papir -

zrak. Model predviđa kako je širenje svjetlosti u papiru veliko u odnosu na prostor između rasterskih elemenata, a time je i vjerojatnost da svjetlost napušta papir proporcionalna rastertonskoj vrijednosti izraženoj u postocima.

Kao što je navedeno u prethodnom tekstu razni autori koriste se Gausovim analitičkim oblikom PSF, međutim naša simulacija podpovršinskog profila raspršenja svjetlosti u papiru pomoću Monte Carlo metode jasno pokazuje da je bolji opis dat s Lorentzovim profilom. Da bi razlučili koji je od opisa točniji morali smo usporediti konvoluirane profile otisnutih linija (sa PSF(x) i Lorentzovog i Gaussovog oblika) s mjerenima.

### 5.5.1. Funkcije gustoće raspodjele

Približan odnos između prostornih funkcija, PSF (r) i LSF (r), može se izraziti lako ako imamo na umu da su obje funkcije gustoće vjerojatnosti. Objе imaju drugi moment srednje vrijednosti, koji se naziva i standardna devijacija,  $\sigma$ . Vrijednost  $\sigma$  je otprilike polovica širine PSF za većinu običnih PSF funkcija. Dakle,  $\sigma$  je otprilike polovina udaljenosti širenja onoga što se širi u procesu (svjetlost, boja, naboj, itd.). U našim simulacijama prepoznajemo da je  $\sigma = w$ , stoga nam proučavanje parametra  $w$  u stvari daje informaciju o šumu koji se generira podpovršinskim transportom svjetlosti u substratu (papiru).

Da bi se lakše razumjeli detalji ovog pristupa potrebno je reći nešto o funkcijama gustoće vjerojatnosti s kojima modeliramo dobivene profile.

#### 5.5.1.1. Gaussova (normalna) raspodjela

U teoriji vjerojatnosti, normalna (ili Gaussova) raspodjela je kontinuirana raspodjela vjerojatnosti koja ima zvonoliku funkciju gustoće vjerojatnosti, poznatu kao Gaussova funkcija:

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Parametar  $\mu$  je srednja vrijednost ili očekivanje (mjesto vrha raspodjele),  $\sigma^2$  je varijancija, a  $\sigma$  je poznat kao standardna devijacija. Distribucija s  $\mu = 0$  i  $\sigma^2 = 1$  naziva se standardna

normalna distribucija ili jedinica normalna distribucija. Normalna distribucija se često koristi kao prva aproksimacija opisa realnih slučajnih varijabli koje se grupiraju oko jedne srednje vrijednosti.

Normalna distribucija se smatra najistaknutijom raspodjelom vjerojatnosti u statistici. Za to postoji nekoliko razloga. Prvo, normalna distribucija proizlazi iz središnjeg graničnog teorema, u kojem se navodi da se srednja vrijednost velikog broja nezavisnih slučajnih varijabli izvučenih iz iste raspodjele distribuira približno normalno, bez obzira na oblik izvorne raspodjele. To joj daje iznimno široku primjenu kod, na primjer, uzorkovanja. Drugo, normalna distribucija je analitički vrlo prilagodljiva, što znači da veliki broj rezultata koji uključuju ovu distribuciju može biti izveden u eksplicitnom obliku.

Iz tih se razloga normalna distribucija najčešće susreće u praksi, a koristi se u cijeloj statistici, prirodnim i društvenim znanostima kao jednostavan model za složene pojave. Na primjer, promatrajući greške u eksperimentu obično se pretpostavlja da slijede normalnu distribuciju, te se pomoću ove pretpostavke izračunava širenje nesigurnosti. Normalno distribuirana varijabla ima simetričnu raspodjelu oko svoje srednje vrijednosti. Međutim, veličine koje rastu eksponencijalno kao što su cijene, prihodi ili populacija, često su pomaknute udesno (prema pozitivnim vrijednostima), te stoga mogu biti bolje opisane s drugim raspodjelama, kao što su log-normalne raspodjele ili Pareto raspodjele. Osim toga, vjerojatnost opažanja normalno distribuirane vrijednosti koja je daleko (tj. više od nekoliko standardnih devijacija) od srednje vrijednosti opada iznimno brzo. Kao rezultat toga, statističko zaključivanje koje koristi normalnu razdiobu nije otporno na prisutnost grube pogreške (podaci koji su neočekivano daleko od sredine, zbog izvanrednih okolnosti, pogrešaka opažanja, itd.). Kad se očekuju velika odstupanja, podaci se mogu bolje opisati pomoću raspodjele širokih krila poput studentove t-raspodjele.

Treba napomenuti još jedno svojstvo normalne raspodjele koje kaže da, ako je standardna normalna gustoća  $\varphi(x)$  svojstvena funkcija Fourierove transformacije tako da je  $f$  normalizirana Gaussova funkcija s varijancijom  $\sigma^2$ , s centrom u nuli, tada je njezina Fourierova transformacija također Gaussova funkcija s varijancijom  $1/\sigma^2$ .

Za naše konačno zaključivanje potrebno je naglasiti njenu vezu s binomnom raspodjelom. Binomna raspodjela određuje broj puta ( $x$ ) nastupa događaja u  $n$  nezavisnih pokusa gdje je  $p$  vjerojatnost događaja koji je nastupio u jednom pokusu. To je točna raspodjela vjerojatnosti za bilo koji broj diskretnih pokusa koji imaju samo dva ishoda (događaj će nastupiti ili neće). Ako je  $n$  vrlo velik, tada ga možemo tretirati kao kontinuiranu funkciju, a to nam daje

Gaussova raspodjelu. Ako je vjerojatnost  $p$  toliko mala da funkcija ima značajnu vrijednost samo za vrlo male  $x$ , onda se funkcija može aproksimirati Poissonovom raspodjelom.

Povezanost Gaussove funkcije s binomnom raspodjelom ukazuje da uobičajeni opis PSF Gaussovom raspodjelom ima u sebi nedostatak zbog činjenice da ona nije fizikalno posljedica binomnih događaja (raspršenje i/ili apsorpcija) već je transport svjetlosti u papiru mnogo kompleksniji.

### 5.5.1.2. Lorentz – Cauchyjeva raspodjela

Cauchyjeva raspodjela, nazvana po Augustinu Cauchyju, je kontinuirana raspodjela vjerojatnosti. Također je poznata, posebno među fizičarima, kao Lorentzova raspodjela (po Hendriku Lorentzu), Cauchy-Lorentzova raspodjela, Lorentzova funkcija ili Breit-Wignerova raspodjela.

Cauchyjeva raspodjela ima funkciju gustoće vjerojatnosti

$$f(x; x_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\gamma}{(x - x_0)^2 + \gamma^2} \right]$$

gdje je  $x_0$  parametar položaja, navodeći lokaciju vrha raspodjele, a  $\gamma$  je parametar skaliranja koji određuje pola širine na pola maksimuma (HWHM - half-width at half-maximum). Parametar  $\gamma$  je jednak polovici interkvartilnog raspona i ponekad se naziva *vjerojatna greška*. Augustin Louis Cauchy proučavao je takvu funkciju gustoće s infinitezimalnim parametrom skaliranja, definirajući ono što se sad zove Diracova delta funkcija.

Cauchyjeva raspodjela je važna kao primjer patološkog slučaja. Cauchyjeve raspodjele nalikuju na normalne raspodjele, međutim, one imaju puno šira krila. Kod proučavanja testiranja hipoteza koje pretpostavljaju normalnost, ispitivanje kako se testovi izvode na podacima iz Cauchyjeve distribucije dobar je pokazatelj koliko su testovi osjetljivi na odstupanja širokih krila od normalnosti. Isto tako, to je dobra provjera za tehnike koje su dizajnirane da rade dobro pod raznim pretpostavkama raspodjele.

Zakon velikih brojeva ne odnosi se na Cauchyjevu raspodjelu. Srednja vrijednost i standardna devijacija Cauchyjeve raspodjele su nedefinirane. Cauchyjeva raspodjela ima iznimno svojstvo, a to je da srednja vrijednost  $N$  uzoraka, za bilo koji pozitivan cijeli broj  $N$ , ima istu raspodjelu kao i izvorna raspodjela. Ustvari, može se pokazati da sredina uzorka uvijek ima

istu raspodjelu, bez obzira na veličinu uzorka. Ova distribucija je upravo izvorna Cauchyjeva raspodjela (veličina uzorka = 1). Dakle, raspodjela uzorka sredine se ne sužuje kako se povećava veličina uzorka.

Ovo patološko ponašanje je u suprotnosti s uobičajenim ponašanjem ostalih raspodjela, poput normalne raspodjele. Zamislimo, na primjer, znanstvenika koji pokušava procijeniti položaj izvora  $x$  mjerenjem pozicije udara određenog broja čestica na zaslon  $D$ , pri čemu namjerava koristiti srednju vrijednost tih položaja na zaslonu kao procjenu položaja izvora. Navedeno svojstvo nam govori da mjerenje položaja jednog ili milijun udara neće učiniti nikakvu razliku što se tiče nesigurnosti položaja izvora  $x$ .

Ovo svojstvo nam osigurava da naš model ne zahtijeva mnogo fotonskih paketa.

## 5.6. Mjerenje i provjera podataka

### 5.6.1. Digitalni tiskarski strojevi korišteni u eksperimentu

U ovom radu željeli smo ispitati kvalitetu monokromnih reprodukcija linijskog rasterskog elementa reproduciranih na sustavima koji se trenutno najviše koriste u digitalnom tisku. Za otiskivanje tiskovne forme korišteni su slijedeći sustavi: EPSON STYLUS PHOTO R 2400, HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46, INDIGO TURBO STREAM 1000 EPRINT, RISO RZ 970 E i XEROX DC 250.

Tablica 3: Sustavi za digitalni tisak korišteni u istraživanjima

Model	Tip	Rezolucija
<b>EPSON STYLUS PHOTO R2400</b>	Inkjet printer; pigmentirani toner	5760 dpi × 1440 dpi
<b>HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46</b>	Bezvodni offset; (DI, direct imaging)	promjenjiva od 1270 dpi – 2540 dpi
<b>RISO RZ 970 E</b>	Digitalni sitotisak; tekući toner	600 dpi
<b>INDIGO TURBO STREAM</b>	Elektrofotografski; tekući toner	812 dpi
<b>XEROX DC 250</b>	Kolorni elektrofotografski (EP) tiskarski stroj; praškasti toner	2400 dpi

Digitalne tehnike tiska karakteriziraju jedinstveni digitalizirani ulazni podaci koji definiraju sadržaj buduće tiskovne forme, odnosno elemente konačnog otiska. Razvoj takve tehnologije otiskivanja kreće se u dva smjera: Computer to Print (otisak odnosno tiskovna forma promjenjivog sadržaja formira se u samom tiskarskom stroju) i Computer to Press (jedna tiskovna forma nepromjenjivog sadržaja generira se u tiskarskom stroju)<sup>86</sup>.

Computer to Print tehnologija otiskivanja može primjenjivati različite principe generiranja virtualne tiskovne forme, od kojih su najznačajniji elektrofotografija (Xerox, OCE, HP, Kodak), inkjet (Epson, HP, Canon), magnetografija (Nipson) i ionografija (Delphax). Computer to Press tiskarski strojevi primjenjuju već otprije poznate tehnike otiskivanja (litografski ofsetni tisak i sitotisak) koje su posebno unaprijedile tvrtke Heidelberg i Riso<sup>87</sup>.

Kod crno-bijelog digitalnog tiska karakteristično je da se crno obojenje postiže s bojilima u kojima su nositelji obojenja različitog sastava i strukture. Najčešće su to karbonski crni pigment, polimerizirajući crni toneri s novim tipom nositelja obojenja (polymerised toners and new colorants), pigmentirane disperzije (pigment dispersion), začahurena pigmentna tehnologija (encapsulated pigment technology) i izvorno obojena tekućina (dye)<sup>88</sup>.

#### **5.6.1.1. Crno-bijeli digitalni bezvodni ofsetni tisak**

Ova indirektna tehnika otiskivanja najbližnja je klasičnom ofsetu. Riječ je o plošnoj tehnici tiska gdje se primjenjuju višeslojne tiskovne forme koje se generiraju osvjetljavanjem IR laserskim diodama. Sadrže osnovni poliesterski sloj, sloj za prihvaćanje boje, sloj za generiranje slike i sloj za odbijanje boje. Primijenjeno crno bezvodno ofsetno bojilo je gusta pasta dinamičkog koeficijenta viskoznosti 40-80 Pa·s. Ono sadrži pigmente, otapala, veziva i dodatke. Crni pigmenti su sitne čestice čađe ili čistog elementarnog ugljika (od 20 do 150 μm) čiji je udio između 10% i 30%. Veziva međusobno povezuju čestice pigmenta formirajući kompaktnu jednoličnu masu te su po kemijskom sastavu najčešće kolofonske smole (20-50%), alkidne smole (0-20%), biljna ulja (0-30%) i mineralna ulja (20-40%). Različitim dodacima (katalizatori sušenja, voskovi za povećavanje otpornost bojila na habanje, agensi za sprečavanje preranog sušenja bojila) poboljšavaju se tiskovna svojstva bojila. Otisak tako nastaje selektivnim nanašanjem bojila samo na oleofilne površine, s kojih se bojilo transferira na prijenosni medij i tiskovnu podlogu<sup>89</sup>.



### **5.6.1.2. Crno-bijeli digitalni propusni tisak**

Tehniku digitalnog propusnog tiska karakterizira gusto tkana mrežasta tiskovna forma napeta na cilindar unutar kojeg je smješten uređaj za obojenje. Mrežasta površina se selektivno buši termalnim laserom, kreirajući tako otvore (tiskovne elemente) kroz koje može prolaziti crno vodenkasto-uljno emulzijsko bojilo u kojem su čestice pigmenata manje od 1  $\mu\text{m}$ . Osnovu takve pastaste boje čini sojino ulje (<6%), petrolejsko otapalo (<10%), glicerol (<5%), crni pigment (<10%), alkidne smole i voda. Otisak nastaje laganim pritiskom tiskovne forme o tiskovnu podlogu, koja zbog sušenja mora biti upojna (naravni papiri).

### **5.6.1.3. Crno-bijeli elektrofotografski tisak s praškastim tonerima**

Osnovni princip indirektno elektrofotografije jedan je od najkompliciranijih tiskarskih procesa jer se pri nastajanju svakog otiska primjenjuje 7 faza: nabijanje fotokonduktora, osvjetljavanje fotokonduktora, selektivno obojavanje fotokonduktora tonerom, prenašanje tonera na prijenosni medij, prenašanje tonera na tiskovnu podlogu, fiksiranje tonera na tiskovnoj podlozi i čišćenje fotokonduktora<sup>90</sup>.

Osnova takvog procesa je fotokonduktor na kojem se za svaki otisak generira virtualna tiskovna forma. Drugim riječima, formirane slobodne površine značajno su negativnije od tiskovnih elemenata, što omogućuje selektivno prihvaćanje izrazito negativno nabijenog tonera. Specijalna bojila za elektrofotografski tisak nazivaju se toneri. U 80% slučajeva toneri su praškastog oblika, ali postoje i toneri u tekućem agregatnom stanju. Posljednja generacija praškastih tonera temeljena je na kemijskom procesu emulzijske agregacije (emulsion aggregation, EA). Takav kemijski proces baziran je na povezivanju nanostrukturiranih komponenti (monomer, lateks, pigmenti i voštani agenti) u jednu veću, oblikom točno definiranu tonersku česticu, čija je konačna dimenzija između 3 i 7  $\mu\text{m}$ . Tijekom proizvodnog procesa, česticama lateksa dodaju se čestice monomera (2-10 Å), čestice crnog pigmenta (od 100 do 200 nm) i voštanih agenata, čime se započinje proces emulzijske polimerizacije. Zatim slijedi njihovo miješanje što rezultira s agregacijom (nagomilavanje) polimerizirane emulzije. Pravilna dimenzija i oblik čestica tonera dobiva se zagrijavanjem uslijed kojeg se komponente međusobno povezuju. Na samom kraju proizvodnje EA tonera izvodi se ispiranje i sušenje. Proces EA omogućuje točnu kontrolu pozicije voskova unutar tonerske čestice (voskovi formiraju završni sloj), čime se sprečava neželjeno prihvaćanja tonera za površinu fuzera.

Printerski fuzeri zagrijavanjem tale čestice tonera čineći ga ljepljivim i sposobnim za prihvaćanje za papir i na nižim temperaturama fuziranja<sup>91</sup>.

#### **5.6.1.4. Crno-bijeli elektrofotografski tisak s tekućim tonerima**

Elektrofotografski princip otiskivanja s tekućim elektrofotografskim tonerom poznat je i pod nazivom digitalni kolorni ofset. Tiskarske strojeve takve konstrukcije karakterizira satelitska tiskarska jedinica s organskim fotokonduktorom, te indirektno otiskivanje (intermediate blanket) s gumenom navlakom koja omogućuje 100% transfer bojila na tiskovnu podlogu. Pri otiskivanju primjenjuje se specijalno bojilo "ElectroInk" čija je početna viskoznost niska (tekućina) da bi se tijekom tiska promijenila u gustu tekućinu (pasta) što se postiže zagrijavanjem bojila. Konačan otisak karakterizira tanki nanos bojila (oko 1  $\mu\text{m}$ ), koji svojom kromatičnošću i zasićenjem najbliže odgovara otisku klasičnog ofseta. U osnovnom agregatnom stanju crni ElectroInk je emulzija koja sadrži monomernu pigmentnu pastu (oko 5%), mineralno lako hlapivo ulje ISOPAR (oko 94%), i agense za povećavanje električne provodljivosti (oko 1%). Čestice pigmenta su karakterističnog zvjezdastog oblika prosječne dimenzije između 1 i 2  $\mu\text{m}$ . Za usmjereno kretanje ElektroInka zaslužni su jednolično raspršeni agensi za povećavanje električne provodljivosti. To su izrazito polarne molekule te se svojom pozitivnijom stranom hvataju za zvjezdaste pigmente. Uhvaćene pigmentne čestice tako su spremne za usmjereno kretanje, tj. u smjeru manje negativnog elektrostatskog polja<sup>92</sup>.

#### **5.6.1.5. Crno-bijeli inkjet tisak s pigmentiranim bojama**

Inkjet tisak počiva na sustavu sitnih mlaznica kroz koje se selektivno protiskuje likvidno bojilo, koje direktno završava na tiskovnoj podlozi. Jedan od najznačajnijih inkjet principa baziran je Piezo kristalu koji će svojim pomakom formirati kapljicu onda kad je potrebno (kapanje na zahtjev)<sup>93</sup>.

Razvoj inkjet mlaznica nezamisliv je bez novih formulacija pigmentiranih inkjet bojila. Da bi se omogućio niski dinamički koeficijent viskoznosti (od 1 do 20 mPa·s), pigmenti kao nosioci obojenja moraju biti prosječne veličine manje od 1  $\mu\text{m}$ . Suvremene pigmentne disperzije građene su na bazi enkapsulirane tehnologije gdje je svaka pigmentna čestica obuhvaćena s

uljnim premazom prilagođenim za dobru penetraciju u tiskovnu podlogu. Time se postiže i odgovarajući površinski glatki premaz koji povećava optičku reflektanciju otisnutog sloja<sup>94</sup>.

Zbog primjene različite tiskarske tehnologije, različitih bojila kao i algoritama za generiranje tiskovnih elemenata nemoguće je napraviti direktnu komparaciju eksperimentalnih otisaka. Čak i unutar iste tehnike otiskivanja (npr. ofsetni tisak) mogu nastati značajne devijacije tonskih vrijednosti otisaka. Razlog tomu je što na devijaciju rasterskih elemenata mogu utjecati slijedeći faktori: tip boje (10%), temperatura (9%), dodaci (9%), prijenosni medij (7%), pritisak cilindara (9%), konstrukcija stroja (5%), tip papira (5%), tip tiskovne forme (2%), način izrade tiskovne forme (2%).

### 5.6.2. Papiri korišteni u eksperimentu

Kvantitativnu analizu kvalitete otisaka na otisnutim papirima (ARCOPRINT 120g, NAVIGATOR 80g i SPLENDORGEL 115g) izvršili smo pomoću uređaja za analizu slike Personal IAS.

Tablica 4: Papiri koji su korišteni u istraživanju i njihove karakteristike

Naziv	Tip	Opacitet (%) ISO 2471	Bjelina (%) ISO 2470	Proizvođač
<b>ARCOPRINT 120g</b>	nepremazani; bezdrvni ofsetni paper	96 ± 2	110 ± 2	Fedrigoni UK Ltd
<b>NAVIGATOR 80g</b>	nepremazani; fotokopirni papir	98	110	Robert Horne Paper Company
<b>SPLENDORGEL 115g</b>	Superglatki nepremazani; papir napravljen za digitalni tisak	91 ± 2	112 ± 2	Fedrigoni UK Ltd

### 5.6.3. Analizator slike Personal IAS

Automatizirani sustavi za analizu kvalitete ispisa razvijaju se na novu razinu funkcionalnosti, integracije i produktivnosti te postaju ključni za napredak digitalnih tehnologija tiska. Kao alat za komunikaciju unutar industrije, ovi sustavi mogu pomoći kako bi se postigao potreban konsenzus o standardima kvalitete ispisa i postupaka za njihovo kvantificiranje.

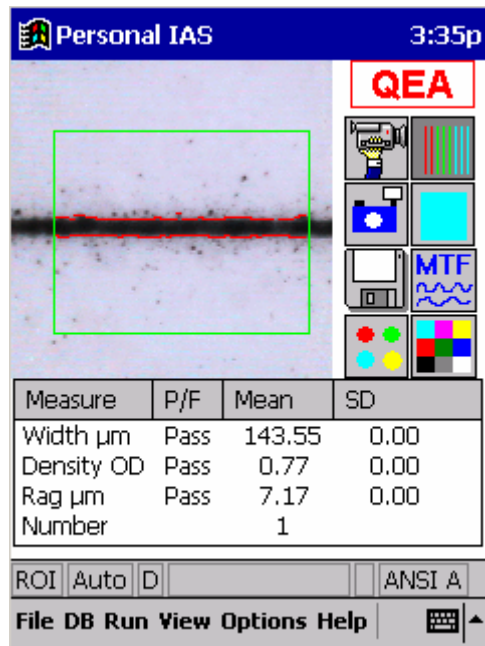
Analizatori slika (image analyzer) rade slično kao i densitometri i spektrofotometri, ali CCD ili CMOS senzor zamjenjuje fotodetektor. Mjerna geometrija analizatora slike je obično  $45^\circ/0^\circ$  slično densitometrima ili spektrofotometrima.

Tijekom posljednjih 20 godina mnogi su radovi napisani o analizatorima slike<sup>95,96,97,98,99</sup>, njihovim mjernim metodama i primjeni u širokom rasponu analize problema kvalitete ispisa.



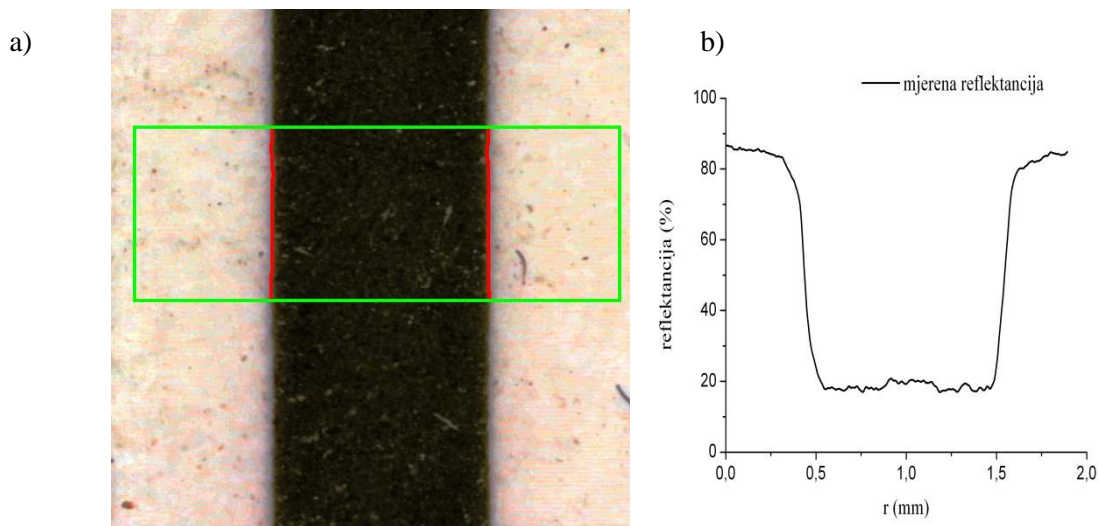
Slika 72: Analizator slike (Personal Image Analysis System-IAS)

PIAS je uređaj s integriranim digitalnim mikroskopom i CCD ( Charge-Coupled Device) kamerom. Mikroskop ima rezoluciju od  $5\mu\text{m}$  po pikselu i otvor aperture od  $(2,54 \times 2,54)\text{mm}^2$ . Osvjetljenje mjerne površine je difuzno u vidljivom području elektromagnetskog spektra. Za prijenos podataka između uređaja i računala korišten je program Microsoft ActiveSync 3.1<sup>100</sup>



Slika 73: Prikaz mjernog ekrana

Provjeru računatih podataka napravili smo mjerenjem linijskog uzorka debljine 1 mm na testnoj formi.



Slika 74: a) Primjer linije (debljine 1mm) otisnute na nepremazanom strukturiranom papiru (Navigator). Mjerno područje (ROI) je obrubljeno zelenom crtom. b) Pripadajuća mjerena reflektancija usrednjena po mjernom području.

Slika 74 pokazuje liniju snimljenu Personal IAS uređajem za potrebe analize i resultantnu reflektanciju. Dobiveni graf je opcija koja je ugrađena u PIAS. Profili, koji se kasnije u grafovima prikazuju kao mjereni, i rezultat su analize profila linije samog uređaja.

### 5.7. Određivanje reflektancijskog profila i usporedba s mjerenjem

Slika savršenog točkastog izvora ne može biti preciznija od samog točkastog izvora. Funkcija razmazivanja točke je opis prosječne udaljenosti,  $l$ , koju svjetlost prijeđe u podlozi prije nego što se vrati na površinu kao reflektirana svjetlost.  $PSF(x,y)$  je, dakle, funkcija gustoće vjerojatnosti  $\wp_{sr}(x-x_0, y-y_0)$  koja opisuje vjerojatnost da foton, koji je ušao u papir u točki  $(x_0, y_0)$ , napusti istu površinu na nekoj udaljenosti  $(x, y)$  od ulazne točke. Ako je promjer zrake ulazne svjetlosti mali (u našem slučaju, to je nula) u odnosu na relativne udaljenosti od raspršene svjetlosti u papiru, odklon svjetlosnog toka u radijalnom smjeru,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , od polazne točke je izravno mjera  $PSF(x, y)$ .

Ruckdeschel i Hauser<sup>101</sup> analizirali su Yule-Nielsonov model pomoću lateralnog raspršenja u papiru koristeći PSF funkciju,  $PSF(x, y)$ . Funkcija razmazivanja točke (PSF) koristi se za izračunavanje veličine optičkog prirasta kombinirajući ga s funkcijom koja opisuje raspodjelu uzorka rasterskih elemenata,  $T(x,y)$ , tj. transmisijski uzorak boje na papiru u točki. Primijenjeni model<sup>102</sup> pokazuje da se očekivana refleksija rasterskih slika može procijeniti pomoću jednadžbe:

$$R(x, y) = R_p \cdot T(x, y) \cdot \iint \wp_{sr}(x-x', y-y') T(x', y') dx' dy' \quad (43)$$

$$R(x, y) = R_p \cdot T(x, y) \cdot [T(x, y) \otimes PSF(x, y)] \quad (44)$$

$$R = \frac{1}{A} \iint_{x,y} R(x, y) dx dy \quad (45)$$

gdje  $T(x,y)$  zadovoljava  $T(x, y) = T_{ink}(\lambda) \in \langle 0,1 \rangle$  ako je  $(x, y)$  prekriven bojom, odnosno  $T(x, y) = 1$  ako boje nema. U izrazu  $T(x, y) = T_{ink}(\lambda)$  varijabla  $\lambda$  odnosi se na valnu duljinu svjetlosti ili boju tinte i uzimamo da je transmisija  $T_{ink}(\lambda)$  neovisna o položaju<sup>102,103</sup>.  $A$  je površina papira na kojem se mjeri srednja reflektancija.

Jednadžba (44) je sažet način izražavanja fizike optičkog prirasta, ali praktična primjena ove jednadžbe može biti vrlo složena. Općenito, računalno rješavanje konvolucijskih integrala svodi se na primjenu dvodimenzionalne Fourierove transformacije (FFT) u jednadžbi (44). Korištenjem konvolucijskog teorema integracija se svodi na jednostavno množenje u Fourierovoj domeni, što nam daje jednadžbu (46). Operator  $\otimes$  u jednadžbama (44) i (46) označava operator konvolucije, pri čemu konvolucija izvodi množenje Fourierove transformacije funkcija  $T$  i  $PSF$ , a zatim obavlja inverznu transformaciju (iFFT) dobivenih produkata kao što je prikazano u jednadžbi:

$$T(x, y) \otimes PSF(x, y) = iFFT \{ FFT [T(x, y)] \cdot FFT [PSF(x, y)] \} \quad (46)$$

$$MTF(\omega, \nu) = FFT \{ |PSF(x, y)| \} \quad (47)$$

Fourierova transformacija od  $PSF$  definira se kao alternativna mjera bočnog raspršenja, koja se obično naziva modulacijska prijenosna funkcija papira (MTF - modulation transfer function), a karakteristike bočnog raspršenja papira često se opisuju ili  $PSF$  ili  $MTF$  funkcijama. Bez smanjenja općenitosti možemo pisati izraz za modulacijsku prijenosnu funkciju ( $MTF$ ) u obliku:

$$MTF(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} PSF(x, y) e^{-2\pi i \omega x} dy dv \right| \quad (48)$$

Ova metrika opisuje raspršenje svjetlosti u papiru koristeći prostorne frekvencije,  $\omega$ .

Sljedeći korak je modeliranje željenog oblika refleksijskog profila rasterskih elemenata (linije) pomoću jednadžbi (44) i (46). Oblik transmisijskog uzorka  $T(x, y)$  boje (linija) na papiru generira se jednostavnim crtanjem rasterskog elementa u mjerilu prema mjerenom profilu. U prvoj aproksimaciji pretpostavimo da reflektancijski profil promatranog modela ima jednostavan pravokutni oblik u kojem se namjerno ignorira utjecaj rubova koji se javljaju zbog mehaničkog prirasta. Međutim, utjecaj fizičkog prirasta je uključen na način da smo uzeli model profil koji ima malo veću širinu od nazivne širine linije dijelom zbog širenja boje u supstratu i utjecaja vezanih za površinsku napetost boje.

Tiskana forma s linearnim uzorkom generirana je korištenjem digitalnih tiskarskih uređaja. Tiskana (stvarna) širina linija mjerena je analizatorom slika PIAS<sup>99</sup>. Detalji o tome dati su u poglavlju 5.6.

Takav je pristup u konačnici dao rezultate koji upućuju na mogućnost modeliranja trodimenzionalnog oblika rasterskog elementa. Modeliranje s apriornim modelom PSF (bez obzira na njegov matematički oblik) koji konvoluirá s uzorkom rasterskog elementa ne daje zadovoljavajuće rezultate za tanke linije gdje treća dimenzija igra dominantnu ulogu u modeliranju profila. Kad je riječ o trećoj dimenziji, misli se na definiranje oblika i dubinu difuzije penetracije boje. Naravno, difuzija nije jedini efekt odgovoran za trodimenzionalnu prirodu linije profila, koja se vidi iznad i ispod površine papira, već može biti generirana pritiskom tiskovne forme na tiskovnu podlogu, učincima vlaženja, itd.

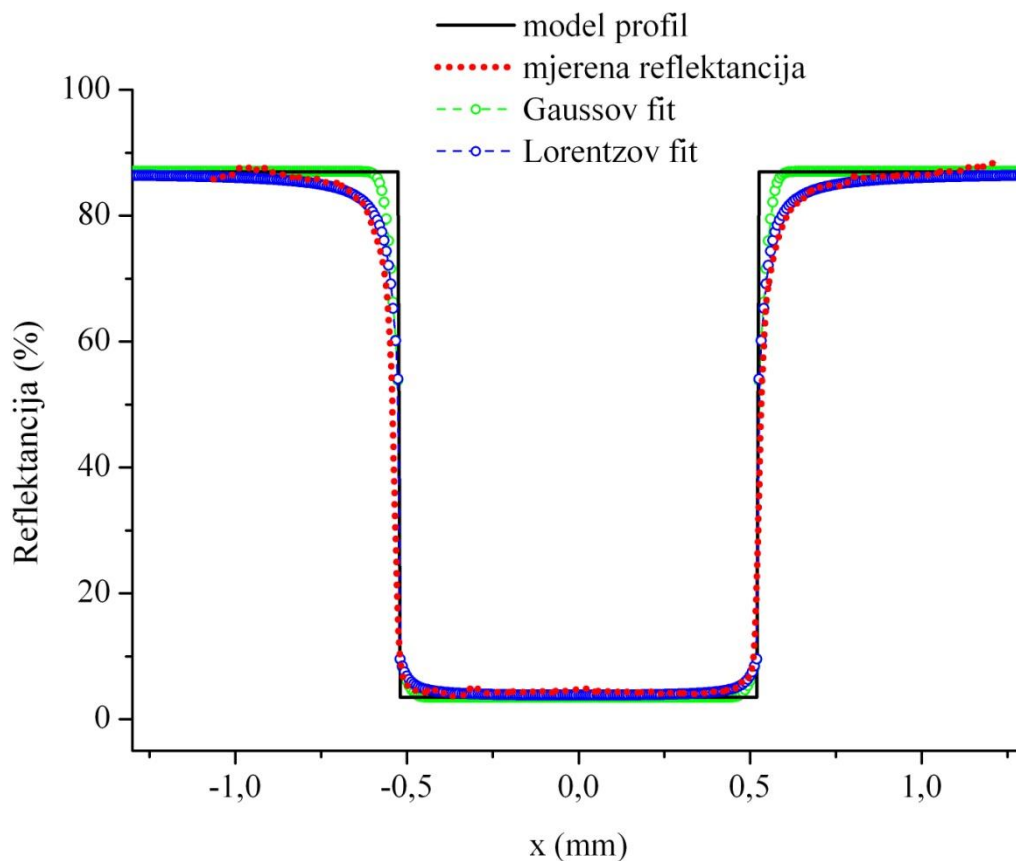
Provjeru računatih podataka napravili smo mjerenjem linijskog uzorka na testnoj formi napravljenoj na Grafičkom fakultetu. Za otiskivanje tiskovne forme korišten je elektrofotografski digitalni stroj Indigo Turbo Stream 1000+ s prethodno izvršenom kalibracijom. Naklada tiskovnih formi na kojima smo vršili mjerenja bila je 20 primjeraka za svaki korišteni papir. Indigo Turbo Stream 1000+ je standardni četverbojni tiskarski stroj brzine tiska 60 cm/s i rezolucije 812 dpi. Otisci su napravljeni na svim papirima, a analiza je napravljena na papiru Splendorgel 115g. Prilikom mjerenja dobivene su vrijednosti karakteristične za analizu gornje linije od kojih su nama bile interesantne veličine date u Tablici 5. Kao što se vidi, stvarna širina linije je veća od željene (oko 0,06 mm za liniju debljine 1mm, tj. oko 6%) što je tipično ponašanje zbog više razloga koji uzrokuju taj rezultat. Ti razlozi mogu biti posve tehničke prirode kao što je lateralna migracija naboja u elektrofotografiji, poteškoće zbog otežanog protoka boje u inkjet pisačima, ali i zbog namjernih pozitivnih grešaka u driverima pisača da bi se osigurala puna pokrivenost određenih područja. Analiza podataka povećanja nominalne debljine linije u procesu tiska ukazuje da je relativno povećanje, koje je posljedica mehaničkog dot gaina, uslijed penetracije bojila u papir, uvijek konstantno.

Tablica 5: Mjerene srednje vrijednosti nekih veličina promatrane linije

Nepremazani papir Splendorgel 115g Nominalna širina linije = 1 mm	
	Mjerene vrijednosti (srednja vrijednost)
Širina linije ( $\mu\text{m}$ )	1058.06
Kontrast	0.91
Zacrnjenje	1.00
Optička gustoća	1.082

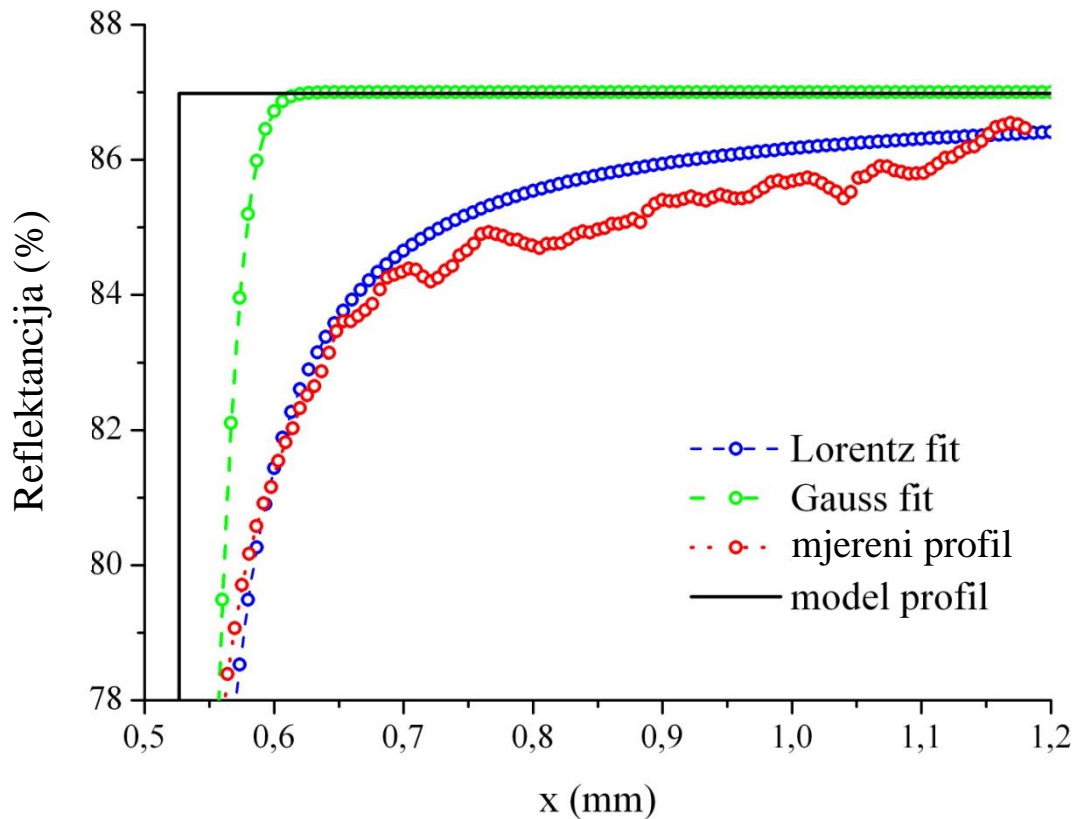


Slika 75 prikazuje usporedbu izmjerenih i izračunatih profila gdje se izračunati profili razlikuju u obliku PSF. Usporedili smo profil dobiven Monte Carlo metodom, koji smo prepoznali kao Lorentzov profil s uobičajenim Gausovim profilom PSF. Rezolucija se može definirati kao širina unutar koje PSF pada na polovicu maksimalne vrijednosti, pod nazivom puna širina na polovici intenziteta (FWHM) ili tzv. poluširina profila. Ukoliko se objekt sastoji od dvije idealne točke udaljene za FWHM, postoji znatna vjerojatnost da će biti razlučene na slici. Svaka od ovih funkcija sadrži samo jedan parametar,  $w$ , parametar koji određuje punu širinu na pola maksimuma (FWHM) profila, koji se mora prilagoditi kako bi odgovarao podacima.



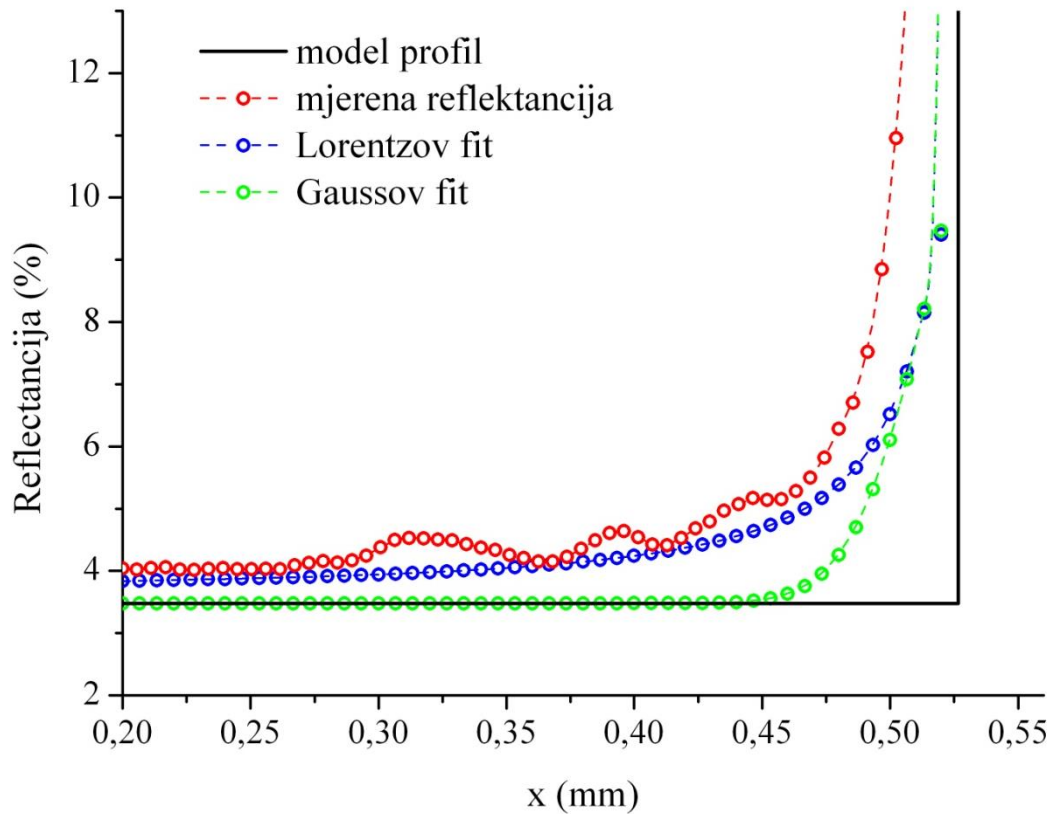
Slika 75: Usporedba izmjerenih i izračunatih profila refleksije s model (idealnim) profilom za linijski rasterski element. Nominalna širina linije je  $d = 1$  mm, dok je izmjerena širina  $d_m = 1,06$  mm

Kako bi se potvrdila hipoteza da modeliranje reflektancijskog profila upotrebom PSF Lorentzovog oblika daje bolje rezultate, potrebno je ispitati uvećane detalje na Slika 75. Uvećani detalji pokazuju dva područja od interesa: područje ruba linije (oko 87% refleksije) i polja ruba linije središnjeg dijela (oko 4% refleksije).



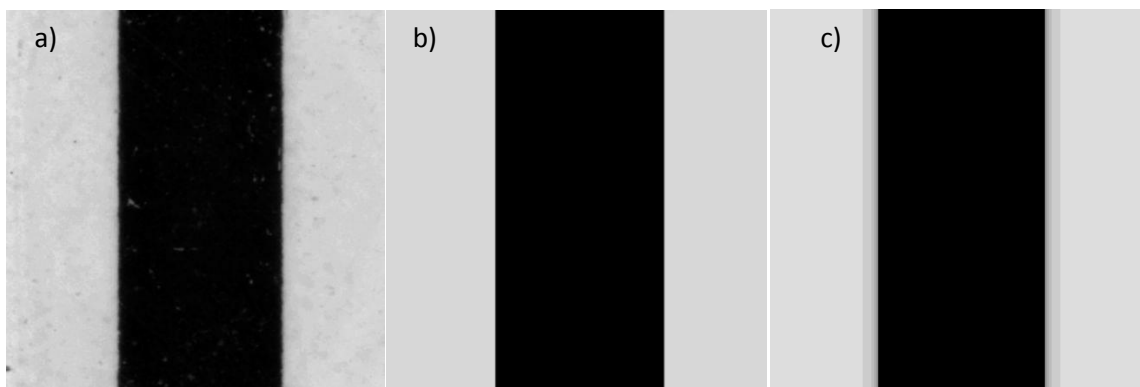
Slika 76: Detalj izračunatih krila profila (Lorentzov i Gaussov) i mjenog profila. Usporedba pokazuje teorijski model  $R_p T(x, y)$  profila koji se koristi u jednadžbama (32) i (34).

Detalj izračunatih profila krila (Lorentzov i Gaussov) i mjenog profila na slici 76 jasno pokazuje da PSF Lorentzovog oblika bolje opisuje krilo profila od PSF Gaussovog oblika. Za usporedbu je prikazan model profila s kojim smo aproksimirali produkt  $R_p T(x, y)$  (transmitancija uzorka boje na papiru pomnožena s refleksijom samog papira). U prvoj aproksimaciji, možemo ga uključiti kao pravokutni oblik koji predstavlja idealni refleksijski profil linije. U slijedećoj aproksimaciji model profil može imati trapezni oblik. Takva razmišljanja biti će ispitivana u slijedećim istraživanjima.



Slika 77: Detalj ruba profila linije gdje je refleksija blizu 3%

Slika 77 pokazuje da Lorentzov oblik PSF još uvijek daje bolje rezultate u opisu prirode optičkog prirasta pomoću usporedbe s izmjerenim profilom linije. U području karakteriziranom refleksijom blizu 3%, teško je razlučiti položaj ruba zbog činjenice da analiza pokazuje da je linija nešto uža od željene što je, vjerojatno, efekt primijenjene tehnike tiska.



Slika 78: Slike mjerene reflektancije linije s izvornom debljinom linije:  $d = 1,0$  mm (a) i pravokutnog modela (b) profila. Rezultat konvolucije s našim PSF prikazan je na slici c).

Slika 78 pokazuje dobro slaganje izmjerene i modelirane linije generirane konvolucijom PSF funkcije preko idealnog reflektancijskog profila linije (slika b)). PSF funkcija je prepoznata kao standardizirana Lorentzova raspodjela dobivena Monte Carlo modelom reflektancijskog profila linije. Rezultat modelirane linije prikazan je na slici c). Kao što se vidi, ovaj način modeliranja daje dobar prikaz tiskane linije. Razlika između mjerene i modelirane reflektancije je u tome što mjerena ima u sebi imanentni šum koji mi nismo uključili u sam model.

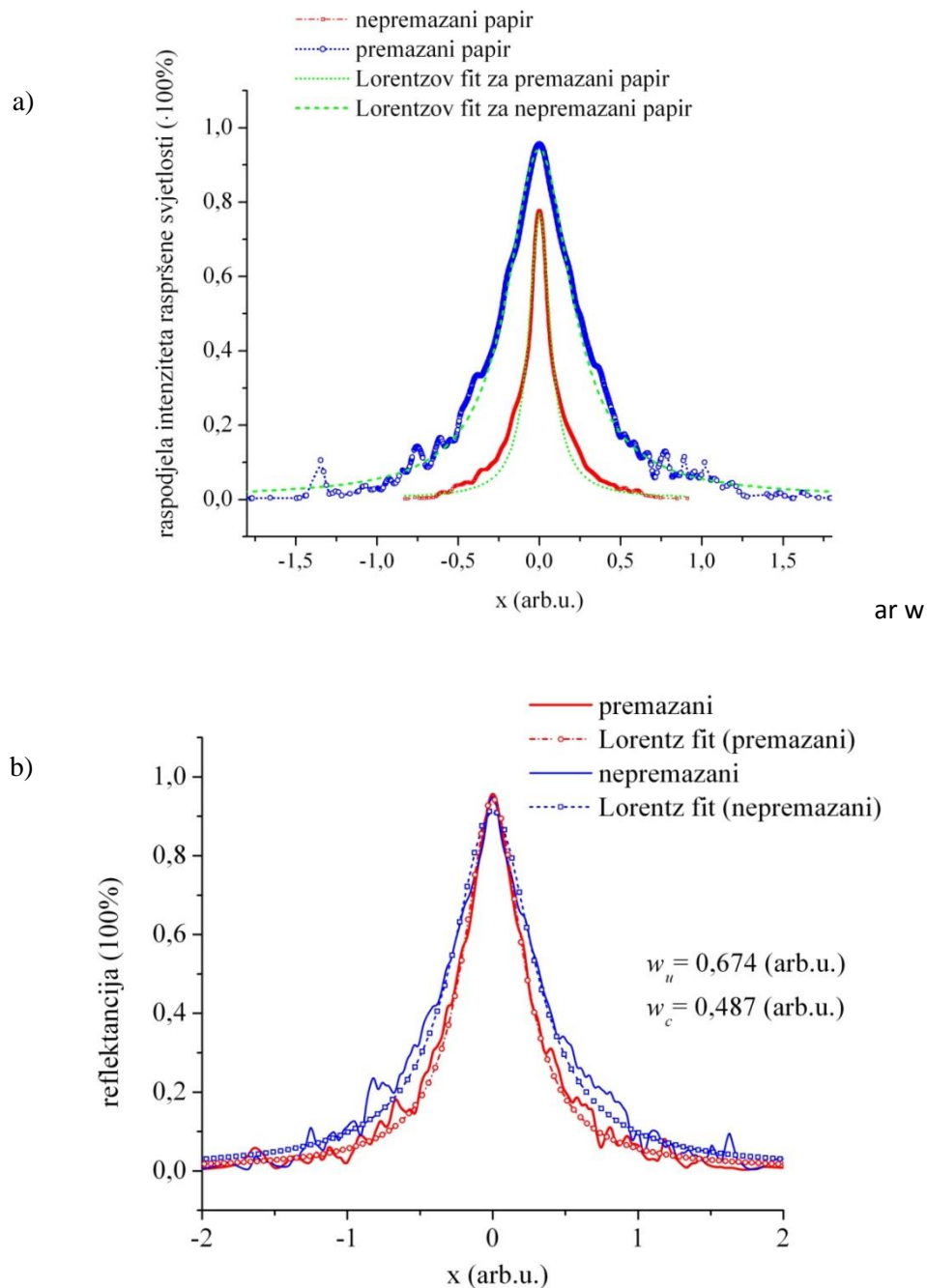
Možemo zaključiti da metoda dobro opisuje optički prirast, te da možemo pomoću dekonvolucije iz mjerenih reflektancija profila linije, dobiti vrijedne informacije o prirodi i morfologiji mehaničkog prirasta. Razlučivanje i odvajanje mehaničkog i optičkog prirasta omogućit će nam optimiziranje procesa ispisa, ali i pomoći pri dizajnu papira (supstrat) određenih željenih optičkih i mehaničkih svojstava. S druge strane, znanja o porijeklu i ponašanju ukupnog prirasta mogu nam pomoći u analizi slike za uklanjanje zamućenih rubova (izoštavanje slika), šuma, itd.

## 5.8. Analiza parametra $w$

Kako je PSF u ovom slučaju opisana Lorentzovom raspodjelom, ne može se parametar  $w$  izjednačiti sa standardnom devijacijom  $\sigma$ , drugim riječima, ne možemo ga smatrati mjerom šuma koji je posljedica optičkog dot gaina. Daljnja usporedba generiranih PSF za premazane i nepremazane papire otkriva da postoje razlike u parametru  $w$  zbog prisutnosti premaza (Slika 79). To znači da parametar  $w$  na neki način ovisi o sastavu površine papira (indeks loma), iako ne možemo reći ništa više o prirodi tog odnosa te o debljini premaza. Proveli smo istu analizu pomoću različitih debljina papira i postotaka zastupljenosti pojedine komponente papira, ali naša teorijska razmatranja i izračuni podpovršinskog raspršenja svjetlosti nisu dala rezultate koji bi pokazali utjecaj tih varijacija na parametar  $w$ .

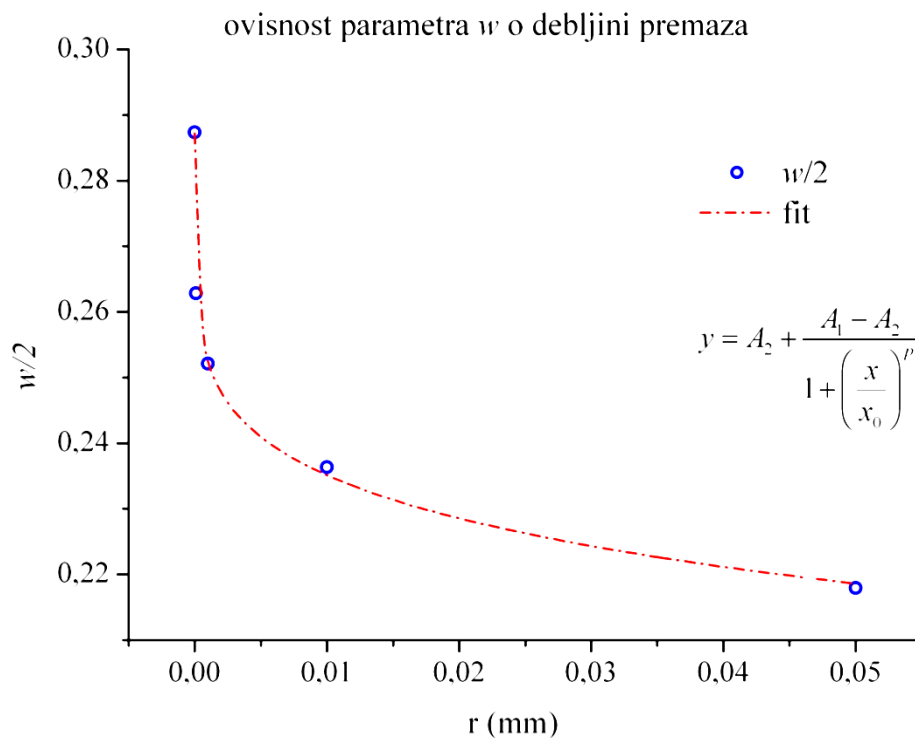
### 5.8.1. Ovisnost $w$ o premazu

Budući da naš profil ovisi samo o jednom parametru,  $w$ , pokušali smo pronaći potencijalno objašnjenje koje se može razabrati iz činjenice da je modelirana polovina širine profila  $w$  različita za premazani i nepremazani papir, kao što je prikazano na slici 79Slika 79.



Slika 79 : Usporedba modeliranih radijalnih raspodjela podpovršinskog raspršenog zračenja premazanog i nepremazanog papira (izračunate raspodjele u okviru Monte Carlo pristupa): a) izračunate raspodjele i b) normirane na istu maksimalnu (vršnu) vrijednost kako bi se omogućila usporedba parametara  $w$

Slika 79 pokazuje usporedbu modeliranih profila raspodjele raspršenog zračenja premazanog i nepremazanog papira. Očito je primjetna razlika u intenzitetu distribucije u korist premazanog papira u smislu užeg parametara  $w$ . To je posljedica višestrukih internih refleksija na granici osnova papira - premaz. Kao rezultat toga, smanjena je također transmisija, a broj fotona koji se vraćaju na ulaznu površinu je manji, jer se naknadno reflektiraju od spomenute granice kad na nju dolaze iz unutrašnjosti papira. Naravno, to nije slučaj s nepremazanim papirom i raspršenje na njemu je istaknutije.



Slika 80: Ovisnost parametra  $w$  o debljini premaza

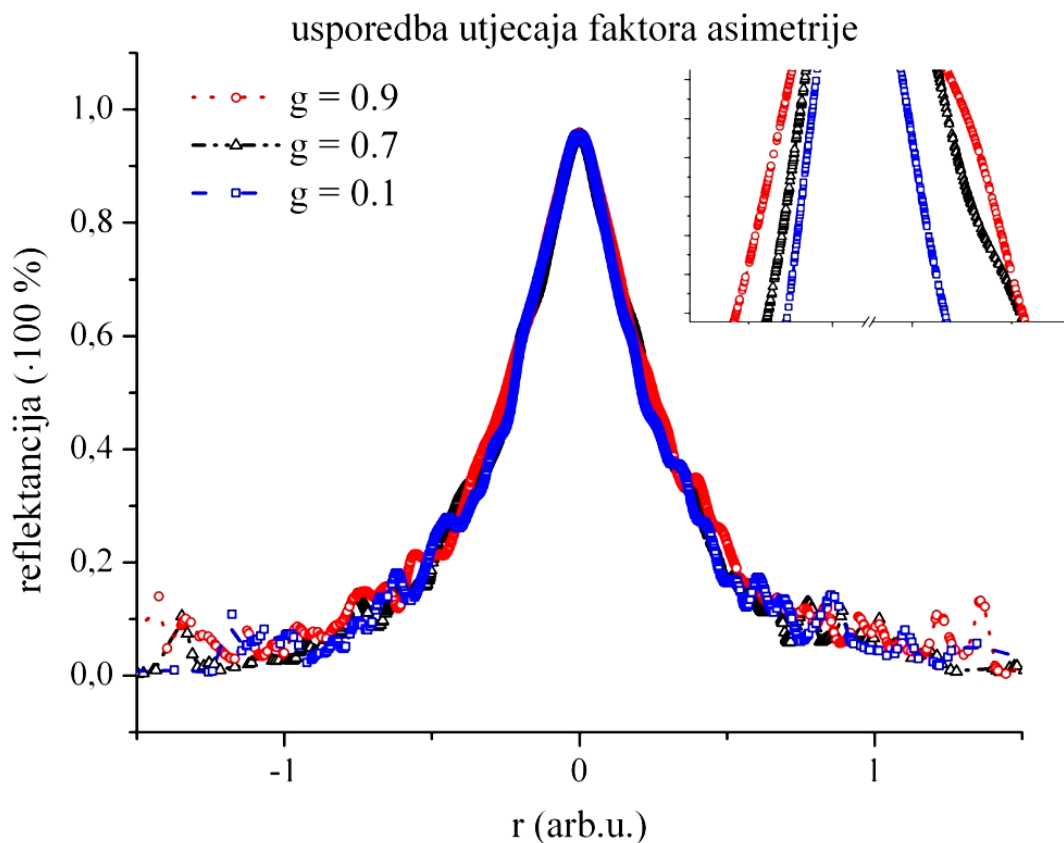
Na slici 80 prikazana je računata ovisnost parametra  $w$  o debljini premaza. Funkcionalna ovisnost data je izrazom na slici. Izraz prikazuje tzv. logističku funkciju<sup>v</sup> koja daje najbolji fit (koeficijent korelacije = 0,999) koji smo dobili korištenjem programa Origin 8.5. Dobiveni su

<sup>v</sup> Logistička funkcija ili logistička krivulja je uobičajena sigmoidna krivulja, a ime joj je dao Pierre François VERHULST koji je proučavao porast (pad) broja stanovnika. Početna faza rasta je približno eksponencijalna, a zatim, kako dolazi do zasićenja, rast se počinje usporavati. Logistička funkcija pronalazi primjenu u nizu područja, uključujući i umjetne neuronske mreže, u biologiji, demografiji, ekonomiji, kemiji, vjerojatnosti, sociologiji, politologiji i statistici.

podaci isključivo teorijski te iako ih nismo mogli eksperimentalno provjeriti, daju zanimljiv rezultat zbog čega je ovaj graf i prikazan.

### 5.8.2. Ovisnost $w$ o faktoru asimetrije $g$

Nadalje promatrali smo ovisnost parametra  $w$  o više različitih komponenti papira, konkretno ovisnost o postotnom udjelu svake od komponenti (celuloze, punila, keljiva, zraka, ...). Analiza nije pokazala zamjetljive razlike u parametru  $w$  prilikom variranja količinskih vrijednosti navedenih komponenti.



Slika 81: Utjecaj faktora asimetrije na parametar  $w$ . Vidi se da se parametar smanjuje kako faktor asimetrije ide prema vrijednosti nula.

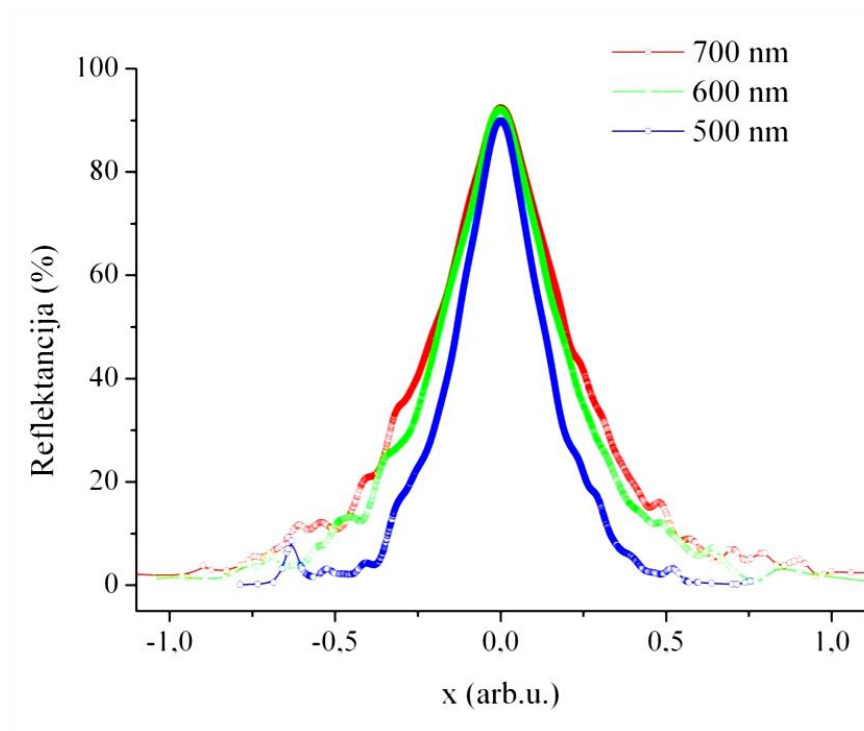
Jedina ovisnost parametra  $w$  pokazuje se prilikom variranja vrijednosti faktora asimetrije celuloze  $g$  (kao komponente koja je najzastupljenija u papiru) u našem modelu, što je



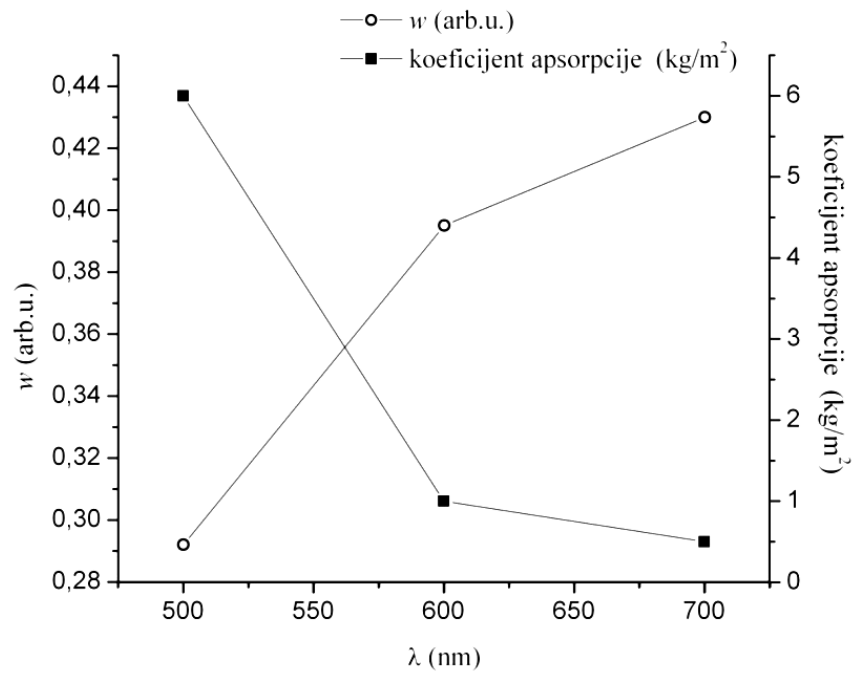
prikazano na slici 81. No, s obzirom na to da je faktor asimetrije  $g$  imanentan celuloznim vlaknima, ovaj rezultat bi, eventualno, mogao biti smjernica prilikom dizajniranja nekog papira bez celuloze.

### 5.8.3. Ovisnost $w$ o valnoj duljini svjetlosti

Slijedeća ovisnost koju smo ispitali bila je ovisnost parametra  $w$  o valnoj duljini svjetlosti što je prikazano na slici 82. Vidljivo je da padom valne duljina pada i vrijednost parametra  $w$ .



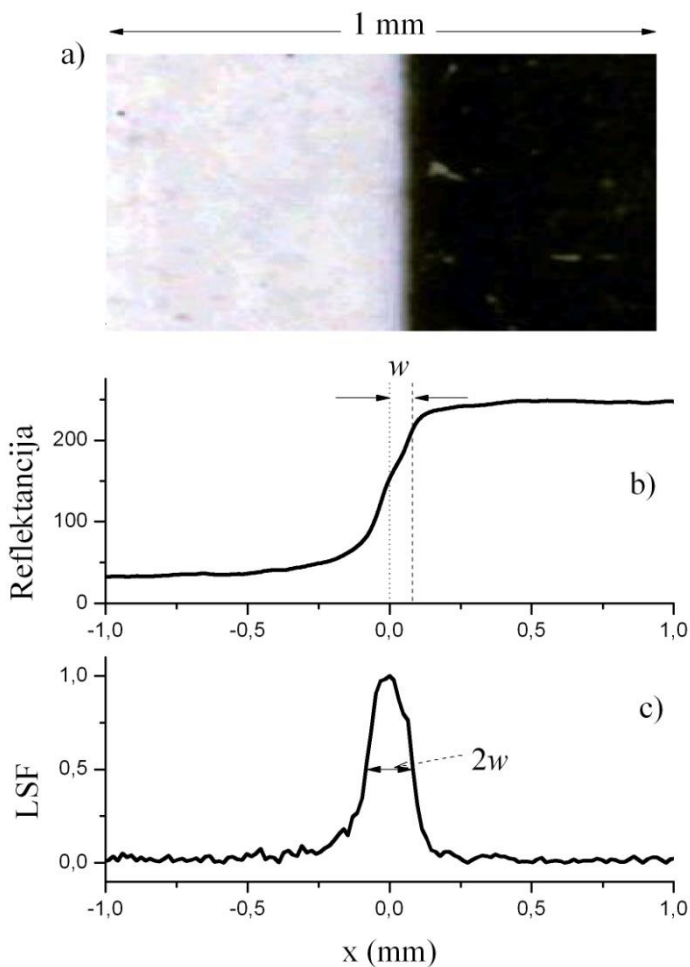
Slika 82: Ovisnost poluširine profila  $w$  o valnoj duljini svjetlosti



Slika 83: Ovisnost parametra  $w$  o promjeni koeficijenta apsorpcije s valnom duljinom

## 5.9. Određivanje LSF derivacijom ruba rasterskog elementa

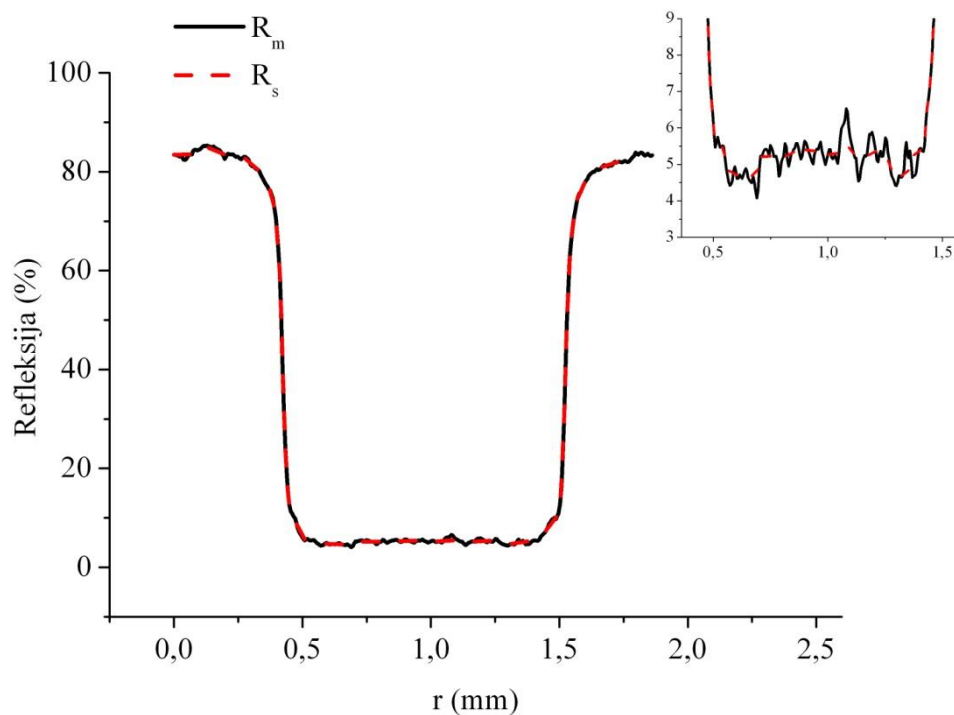
Za provjeru naše hipoteze da Lorentzov profil bolje opisuje optički dot gain, proveli smo analizu ruba rasterskog elementa (linija). Koristeći teorijski pristup izložen u prethodnim poglavljima, konkretno jednadžbu (30), uzeli smo usrednjeni profil reflektancije (Slika 85) i izračunali funkciju razmazivanja linije (LSF) sustava izračunavanjem numeričke derivacije pomoću ugrađene funkcije u programu Origin 8.5.



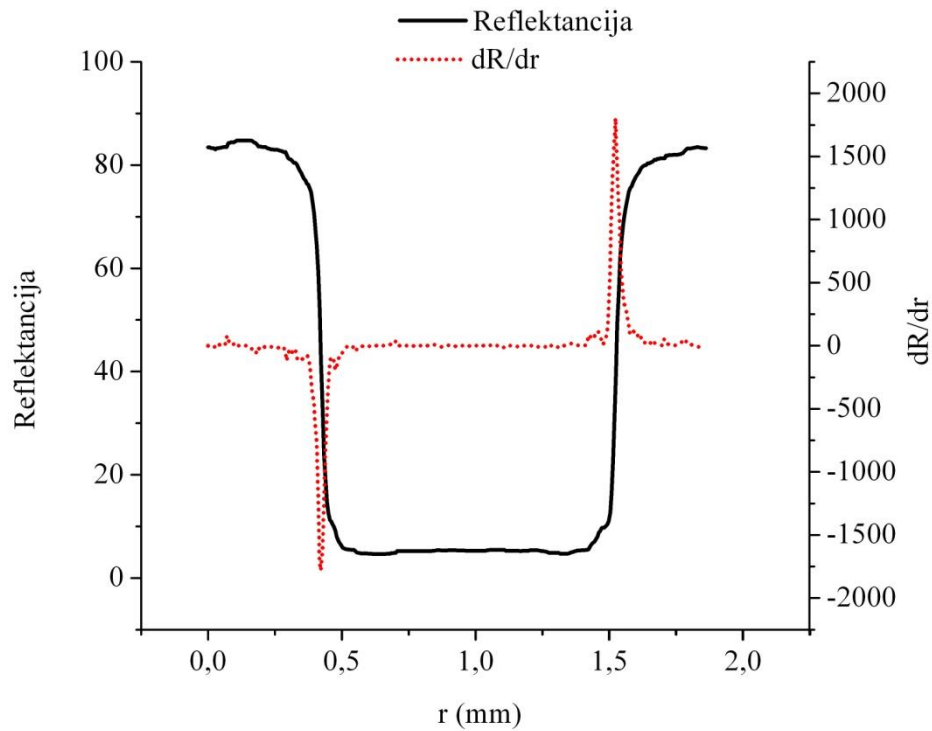
Slika 84: Ilustracija određivanja LSF pomoću derivacije profila ruba

Kao što se vidi na detalju koji se nalazi u desnom gornjem kutu na Slika 85 reflektancija linije sadrži mnogo šuma koji prilikom deriviranja generira još veći šum u samoj derivaciji koju je

onda teško analizirati. Da bismo se riješili tog šuma, koristili smo se funkcijom zaglađivanja (smooth) ugrađenom u program Origin 8.5 koja se bazira na tzv. percentilnom filtriranju. Za signal koji ima tzv. shot noise, gdje se u šumu pojavljuju lokalizirani šiljci (spikes), 50% percentilno filtriranje (ili filtriranje medijanom) je metoda koja daje najbolje rezultate. Ova metoda zamjenjuje vrijednost signala u svakoj točki s vrijednosti medijana skupa točaka iz njene okoline. U našem slučaju koristili smo 50% filtriranje, a broj okolnih točaka bio je 20 (do te smo vrijednosti došli empirijski).

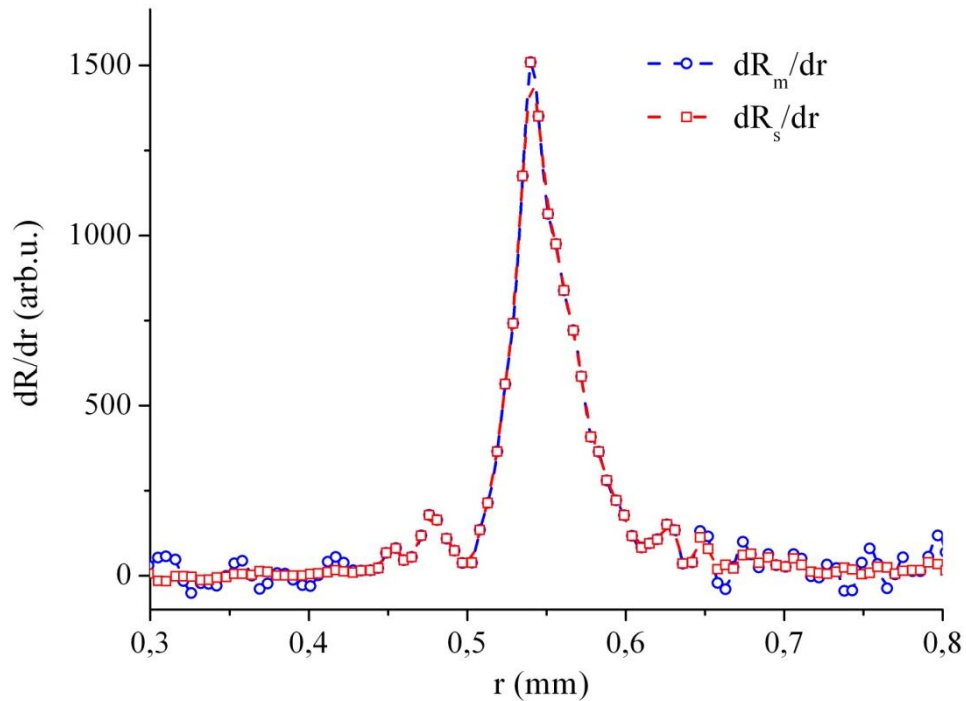


Slika 85: Mjereni i izgladeni reflektancijski profil linije ( $d = 1$  mm). U desnom uglu vidi se uvećani detalj reflektancije same linije.

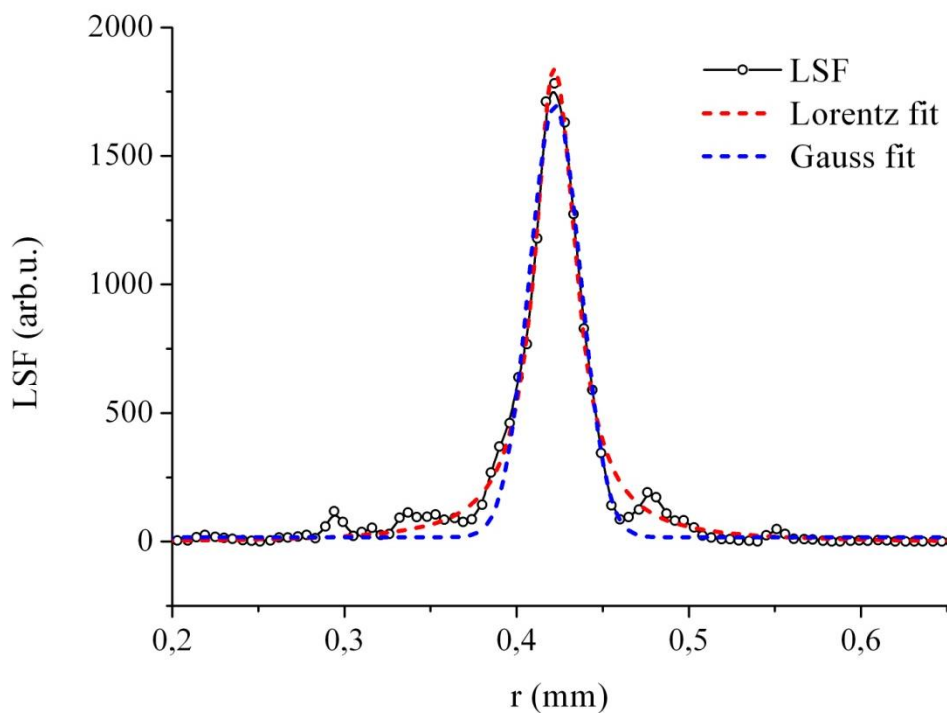


Slika 86: Izgladena mjerena reflektancija i njena pripadna derivacija

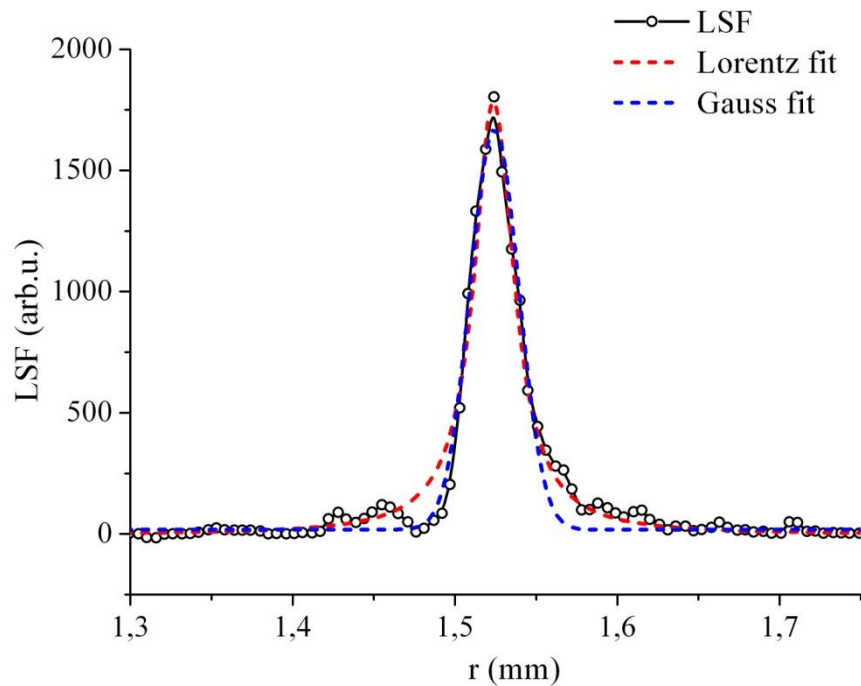
Iz Slika 86 vidljivo je da možemo razlikovati tzv. lijevu i desnu derivaciju. Na Slika 87 prikazana je usporedba detalja derivacije mjerene i izgladene reflektancije. Vidljivo je da gladenje (smoothing) reflektancije ne utječe u području od interesa već samo osigurava da nam krila  $dR_m/dr$  svojim prevelikim šumom ne prave probleme prilikom aproksimacije (fit) mjerenih profila analitičkim funkcijama. Uočljivo je također da je dobivena derivacija reflektancije, odnosno, LSF, asimetrična.



Slika 87: Usporedba derivacija mjerene  $R_m$  i izgladene  $R_s$  reflektancije. Vidi se da derivacija mjerene reflektancije posjeduje mnogo veći šum.



Slika 88: LSF dobivena derivacijom ruba i Lorentzov profil pokazuju zadovoljavajuće slaganje između dva profila. Za usporedbu, dodan je i Gaussov profil koji pokazuje izvjesno neslaganje s krilom profila. (koeficijent korelacije:  $R_{\text{Lorentz}} = 0,98686$ ;  $R_{\text{Gauss}} = 0,96996$ )

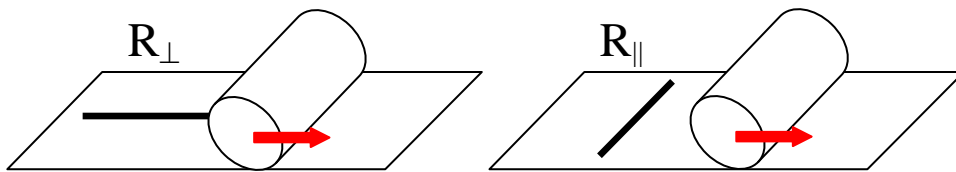


Slika 89: LSF dobivena deriviranjem reflektancije desnog ruba. (koeficijent korelacije:  $R_{\text{Lorentz}} = 0,97453$ ;  $R_{\text{Gauss}} = 0,97122$ )

Usporedba tako dobivene LSF i Lorentzovog profila (Slika 88) jasno pokazuje zadovoljavajuće slaganje i možemo zaključiti da je Lorentzov profil u opisu podpovršinskog raspršenja svjetlosti u papiru pod nazivom optički dot gain superioran u odnosu na prethodne pristupe. Naravno, ova se rasprava odnosi isključivo na proučavanje sustava papir - boja.

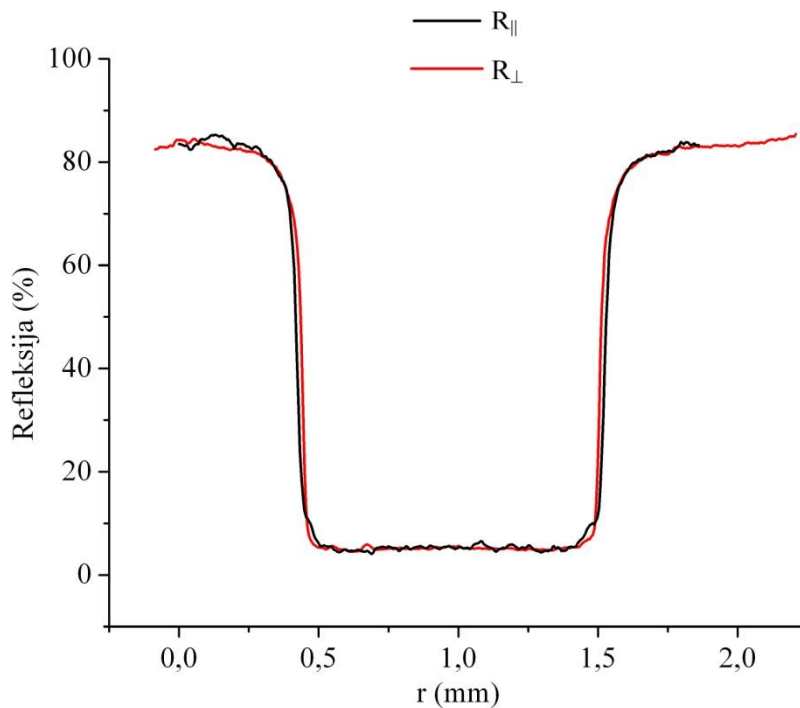
Ipak, neke studije usmjerene na pronalaženje jednostavne funkcije koja predstavlja jezgru konvolucije odgovornu za 'penumbra' oblik transverzalnih profila doza uskih snopova fotona u radioterapiji pokazuju da jezgra konvolucije ima oblik Lorentzove funkcije<sup>104</sup>.

Tijekom eksperimenta vidjeli smo također da je važno obratiti pažnju na orijentaciju rasterskog elementa (linije) u odnosu na smjer otiskivanja. Pri tome smo razlikovali okomitu i paralelnu orijentaciju u odnosu na os valjka kao što je shematski prikazano na slijedećoj ilustraciji.



Slika 90: Ilustracija definicije okomite i paralelne orijentacije otisnute linije

Shodno tome smo i prozvali dobivene reflektancije  $R_{\perp}$  i  $R_{\parallel}$ , odnosno kasnije izvedene  $LSF_{\perp}$  i  $LSF_{\parallel}$ .



Slika 91: Usporedba reflektancijskih profila  $R_{\perp}$  i  $R_{\parallel}$ .

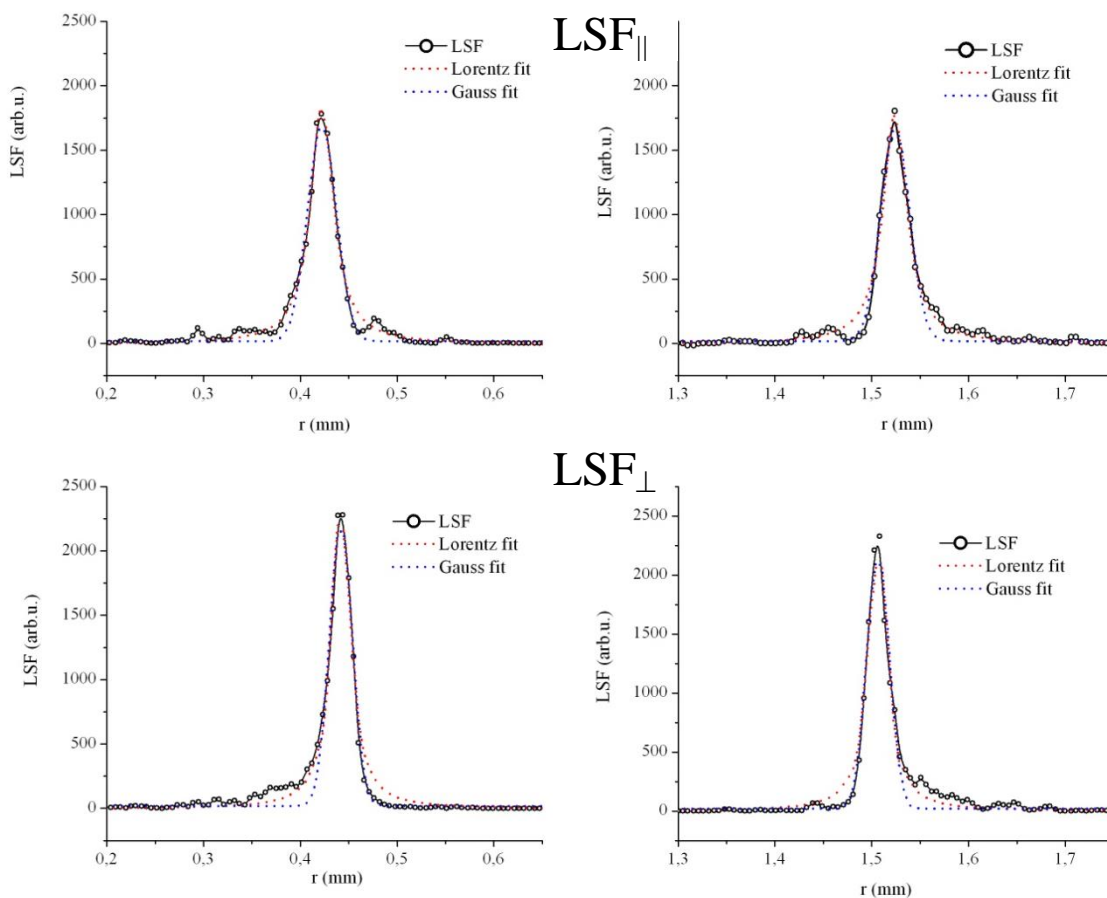
Na Slika 91 prikazane su dobivene reflektancije, gdje se vidi da je  $R_{\perp}$  nešto uža od  $R_{\parallel}$ . Tek je dalja analiza prilikom generiranja LSF pokazala značajnije razlike koje su prikazane na Slika 92. Na slici su prikazane lijeve i desne  $LSF_{\perp}$  i  $LSF_{\parallel}$ . Usporedbom parametara  $w$  „okomitih“ i



„paralelnih“ LSF vidljivo je da su „okomite“ mnogo uže (do 20%) što daje kvalitetniji rub. Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 6.

Tablica 6: Numeričke vrijednosti dobivenih rezultata usporedbe lijevih i desnih  $LSF_{\perp}$  i  $LSF_{\parallel}$ .  $R_L$  i  $R_G$  su koeficijenti korelacije za Lorentzov, odnosno Gaussov fit

	Paralelno			Okomito		
	$w_L$ $w_G$	$R_L$	$R_G$	$w_L$ $w_G$	$R_L$	$R_G$
Lijeva LSF	0,02865 0,02977	0,98686	0,96996	0,02247 0,02332	0,9805	0,96998
Desna LSF	0,02957 0,0298	0,97453	0,97122	0,02205 0,02307	0,9769	0,96593



Slika 92: Usporedba lijevih i desnih  $LSF_{\perp}$  i  $LSF_{\parallel}$

Tablica 6 pokazuje da i Lorentzov i Gaussov fit pokazuju visoko slaganje s dobivenim LSF. Da bismo razlučili koja od ovih aproksimacija daje bolje rezultate morali smo pribjeći usporedbi. Koristili smo se Akaikeovim kriterijem (AIC – Akaike's Information Criterion test) koji je detaljnije prikazan u Dodacima, poglavlje 3. Rezultati analize kvalitete modela prikazani su u tablici 7 Tablica 7.

Tablica 7: Rezultati AIC analize.

	Model	N	Parametri	Lijevi rub		Desni rub	
				AIC	Akaike težina	AIC	Akaike težina
<b>paralelno</b>	<i>Lorentz</i>	174	4	1211,70633	1	1330,18807	0,99998
	<i>Gauss</i>	174	4	1355,54622	$5,8286 \cdot 10^{-32}$	1351,58967	$2,25264 \cdot 10^{-5}$
<b>okomito</b>	<i>Lorentz</i>	194	4	1469,83996	1	1668,79924	1
	<i>Gauss</i>	194	4	1553,58266	$6,53886 \cdot 10^{-19}$	1754,24801	$2,78636 \cdot 10^{-19}$

Tablica 7 pokazuje da u oba slučaja (paralelno i okomito) veću Akaikeovu težinu ima Lorentzov model, što znači da bolje opisuje LSF od Gaussovog modela iako oba modela imaju visoke (i bliske) koeficijente korelacije (vidi Tablica 6). Baš je ta činjenica bila uzrokom da primijenimo Akaikeov informacijski kriterij da se odredi koji je model točniji za opis mjerenih rezultata.

## 5.10. Analiza modulacijske prijenosne funkcije (MTF) dobivenih rezultata

Umjesto prosječne udaljenosti, obično želimo znati praktičnu granicu koliko se svjetlost daleko može raspršiti, što se mjeri kao širina baze krivulje. No, kako se krivulja asimptotski približava nuli postavlja se pitanje koji je koristan način za procjenu širine baze.

Dobar je način da se koristi neki višekratnik od  $w$ . Ovdje se često koristi "6 Sigma" gdje je sigma standardna devijacija. Ovakav pristup zapravo nije koristan način za karakterizaciju praktičnog raspršenja.

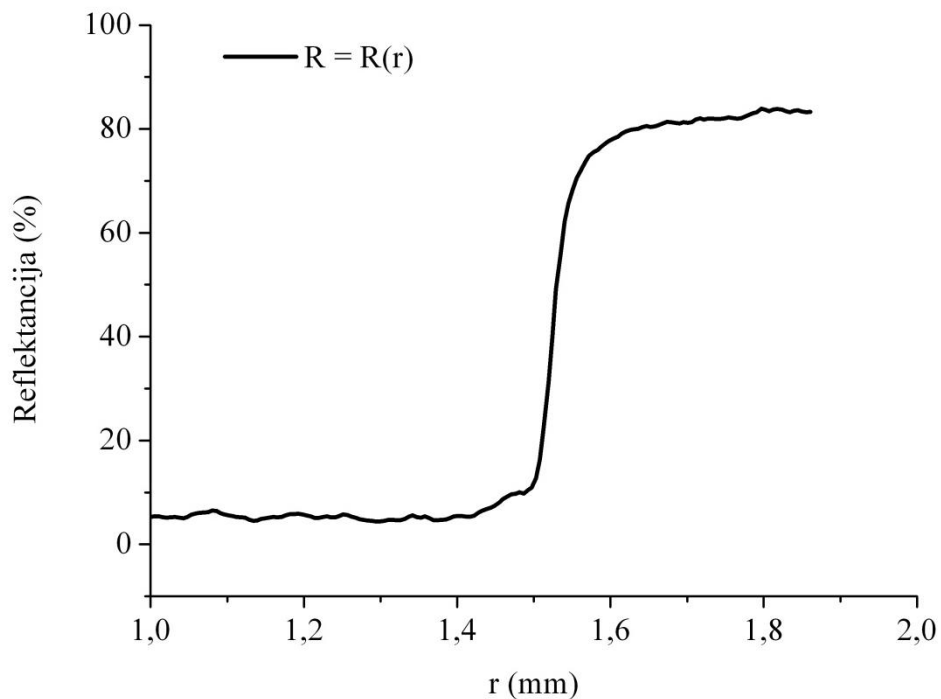
Da bi se ukratko ilustriralo eksperimentalno kako se radi MTF analiza određivanjem LSF, koristit ćemo se slikom ruba linije otisnute na premazanom papiru. Iz prethodno skeniranog ruba definira se funkcija koju nazivamo "funkcija razmazivanja ruba" (Slika 84b). Nakon toga izračuna se i nacrtta nagib funkcije u svakoj točki na krivulji (derivacija), rezultat čega se naziva funkcija razmazivanja linije. Praktična mjera LSF je  $w$ . Ovo je (približno) poluširina krivulje izmjerena na pola visine (Slika 84c).

Strože gledajući, LSF tretiramo kao funkciju gustoće vjerojatnosti za lateralno raspršenje svjetlosti u papiru. Tada je  $w$  definirana kao statistički srednja udaljenost koju svjetlost prijeđe prije povratka na površinu kao reflektirana svjetlost.

Generiranje LSF korištenjem numeričke derivacije funkcije odziva ruba povećat će utjecaj šuma<sup>105</sup>. Tatianova direktna metoda smanjenja funkcije odziva ruba jedna je od metoda kojom se izbjegavaju poteškoće korištenja numeričke derivacije funkcije šuma<sup>106</sup>.

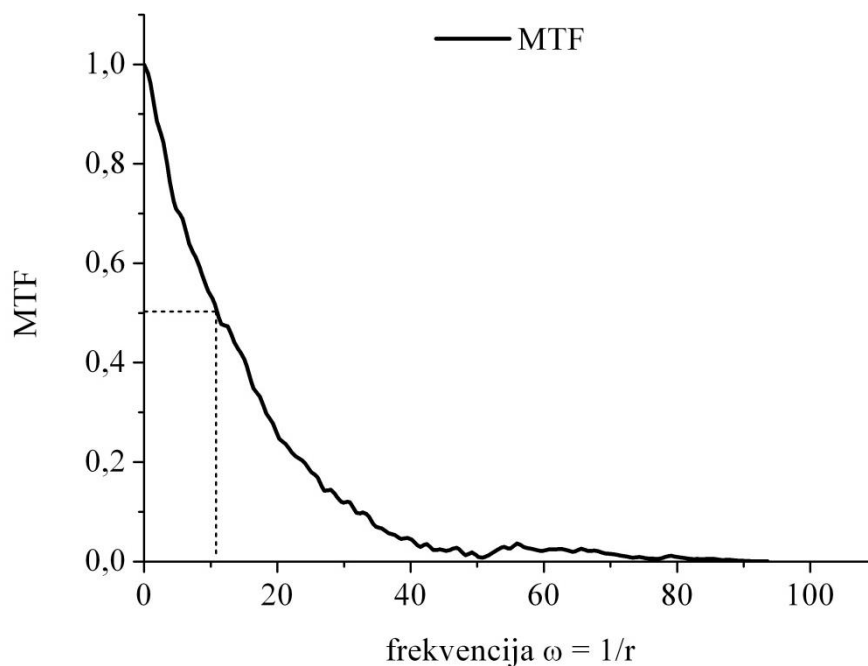
Tip usrednjavanja je "RMS" usrednjenje, ili kvadratni korijen srednje prijeđene udaljenosti, a  $w$  je standardna devijacija ili drugi statistički moment oko sredine (srednje vrijednosti). U svakom slučaju, to je dobar pokazatelj koliko daleko se svjetlost rasipa bočno oko ruba.

Umjesto toga, možemo koristiti teoriju Fourierove transformacije i generirati MTF (jednadžba (48)). Informacije sadržane u MTF identične su informacijama sadržanima u izvornoj funkciji razmazivanja ruba,  $R = R(r)$  što omogućuje da se izvuku korisni parametri.



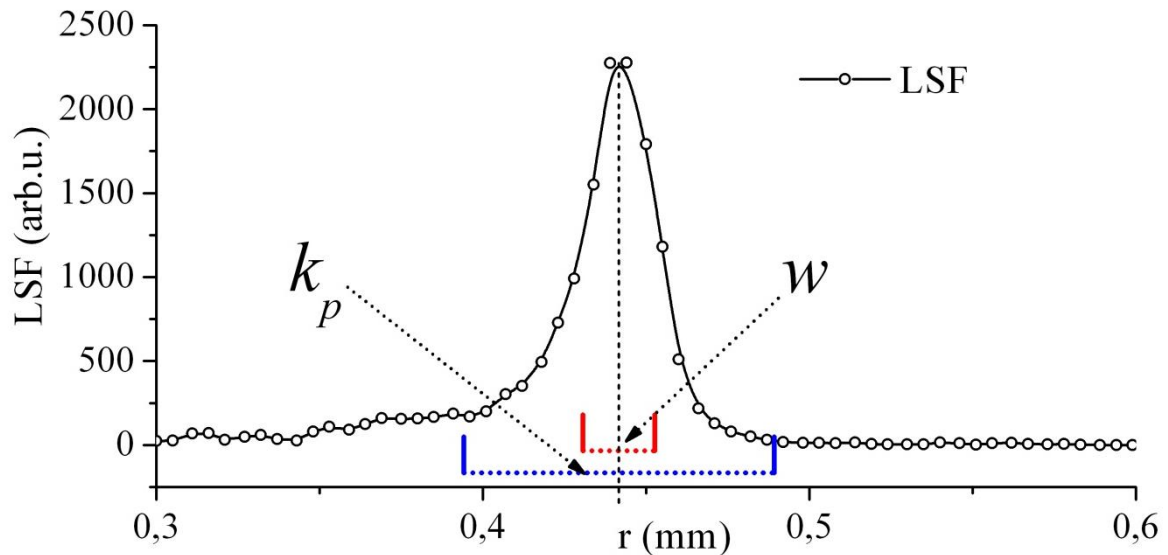
Slika 93: Slika dijela reflektancijskog profila mjerene linije. Ovisnost reflektancije o udaljenosti naziva se funkcija razmazivanja ruba (ESF - edge spread function)

Korištenjem ugrađene funkcije FFT u programu Origin 8.5 izračunali smo MTF za dobivene LSF.

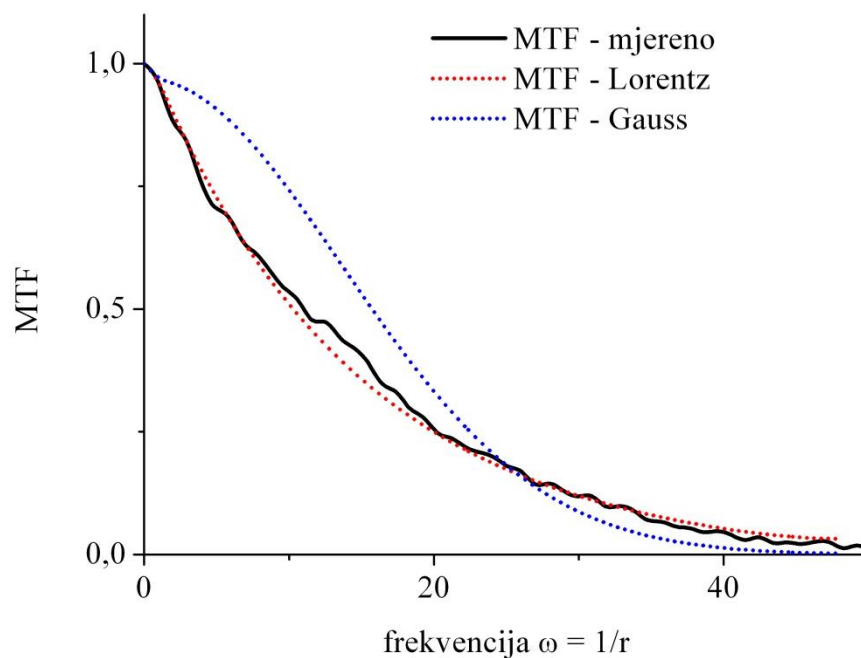


Slika 94: MTF dobivena Fourierovom transformacijom lijeve  $LSF_{\perp}$

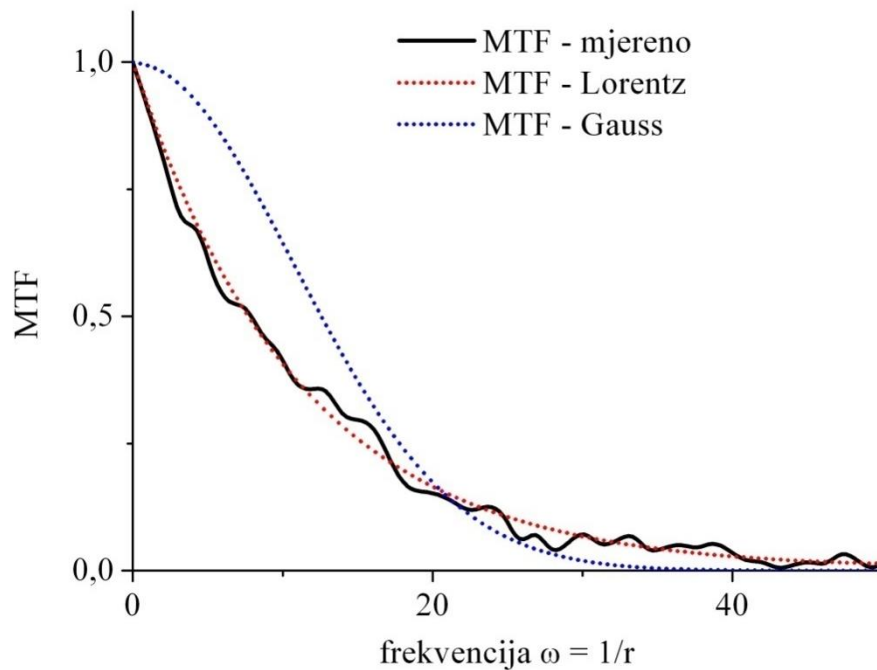
U ovom slučaju, koristan parametar koji želimo je frekvencija koja odgovara polovini vrijednosti MTF. To nam daje vrijednost u  $1/\text{mm}$ , tj.  $10,5 \text{ mm}^{-1}$ . Recipročnu vrijednost ovog izraza nazvali smo  $k_p = 1/10,5 = 0,095$  milimetara i ona je praktična procjena širina baze LSF.



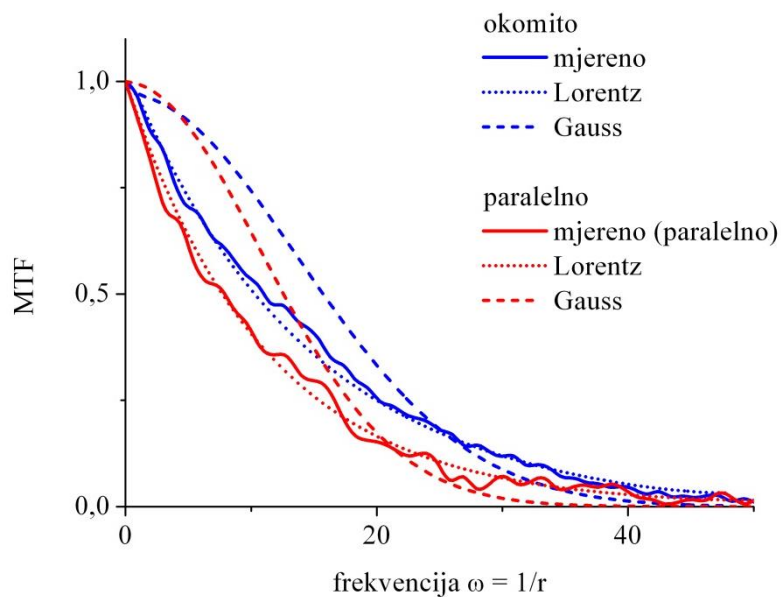
Slika 95: Ilustracija veličine  $k_p$  i usporedba s parametrom  $w$  lijeve LSF $_{\perp}$ . ( $k_p = 0,0952$ ;  $w = 0,02247$ ) Udaljenost  $k_p$  označava praktičnu granicu udaljenosti raspršenja svjetlosti.



Slika 96: Usporedba modulacijskih prijenosnih funkcija računatih za mjerene vrijednosti lijeve LSF $_{\perp}$  i Lorentzov i Gaussov fit lijeve LSF $_{\perp}$



Slika 97: Usporedba modulacijskih prijenosnih funkcija računatih za mjerene vrijednosti lijeve  $LSF_{||}$  i Lorentzov i Gaussov fit lijeve  $LSF_{||}$ . ( $k_p = 0,133$  mm)



Slika 98: Usporedba paralelnih i okomitih  $MTF_{\perp}$  i  $MTF_{||}$

Slika 98 prikazuje usporedbu modulacijskih prijenosnih funkcija mjerene vrijednosti LSF i njezinih aproksimacija dobivenih Lorentzovim i Gaussovim fitom. S obzirom na to da, kako je već rečeno, MTF i LSF sadrže ustvari iste informacije, ova slika još jednom pokazuje da je

„okomita“ linija bolje definirana od „paralelne“ ( $MTF_{\parallel}$  je uža (strmija) od  $MTF_{\perp}$ ) te potvrđuje da je aprosimacija LSF Lorentzovom funkcijom superiornija Gaussovoj aproksimaciji. Ipak ovo je zaključak izveden na samo jednom papiru i jednom stroju te je potrebno napraviti detaljniju analizu na različitim papirima i strojevima.

### 5.11. Ovisnost MTF o vrsti papira

Nakon što smo definirali način generiranja i interpretiranja modulacijske prijenosne funkcije (MTF) istražili smo utjecaj raznih papira na nju.

Tablica 8: Usporedne vrijednosti za tri navedena papira tiskana na INDIGO TURBOSTREAM 1000 EPRINT. Dimenzija oba parametra  $w$  i  $k_p$  je dana u milimetrima.

ARCOPRINT 120g								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,987	0,027	0,13	1	0,971	0,029	0,13	1
<b>Gauss</b>	0,962	0,028	0,08	$7,16 \cdot 10^{-42}$	0,968	0,029	0,08	$3,46 \cdot 10^{-5}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,12	-	-	-	0,12	-

SPLENDORGEL 115g								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,987	0,029	0,13	1	0,974	0,029	0,14	1
<b>Gauss</b>	0,970	0,030	0,08	$2,79 \cdot 10^{-19}$	0,971	0,029	0,09	$5,83 \cdot 10^{-32}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,14	-

NAVIGATOR 80g								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,990	0,029	0,14	1	0,970	0,035	0,15	0,99996
<b>Gauss</b>	0,964	0,030	0,08	$7,28 \cdot 10^{-52}$	0,967	0,035	0,10	$3,51 \cdot 10^{-5}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,15	-

Tablica 8 prikazuje računate podatke za tri papira (ARCOPRINT 120g, SPLENDORGEL 115g i NAVIGATOR 80g) na kojima je otisnuta linija nominalne debljine 1mm na stroju INDIGO TURBOSTREAM 1000 EPRINT. Podaci ukazuju da se rub linije otisnute na sva tri papira bolje aproksimira Lorentzovom funkcijom.

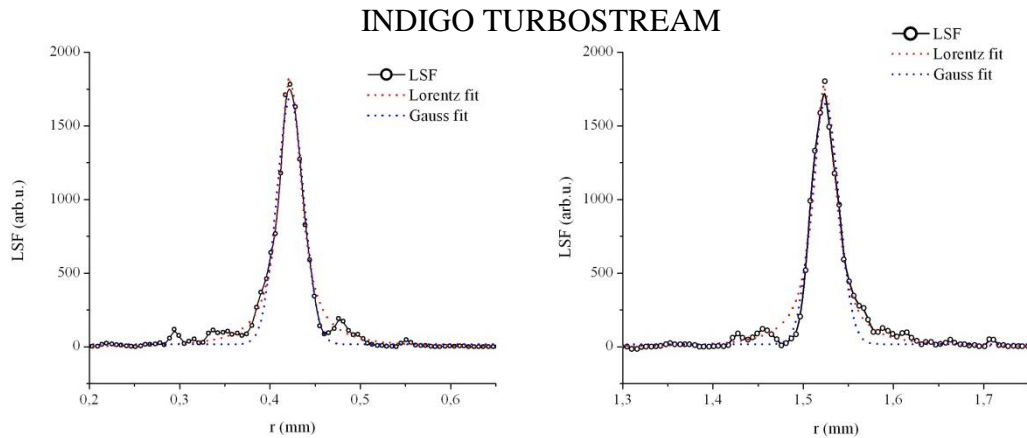


## 5.12. Ovisnost o vrsti stroja

Zaključak dobiven u Poglavlju 5.11 pokazao se točnim u slučaju tiskarskog stroja INDIGO TURBOSTREAM 1000 EPRINT. Dalja istraživanja na drugim strojevima ukazuju da zaključak da je opis LSF superiorniji Lorentzovom funkcijom ne možemo generalizirati na sve vrste strojeva. Za naše istraživanje koristili smo INDIGO TURBOSTREAM EPRINT, RISO RZ 970 E, HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46, EPSON STYLUS PHOTO R 2400 i XEROX DC 250, a testni uzorak (linija debljine 1mm) bio je otisnut na SPLENDORGEL 115g papiru. U svim slučajevima je linija bila otisnuta paralelno (vidi sliku 90Slika 90). Rezultati za svaki stroj prikazani su u tablicama kako slijede. Uz neke tablice stavljene su i slike mjerenih i obrađenih LSF zbog vizualizacije samih tablica. Kao i u prethodnim tablicama prikazani su: koeficijent korelacije, parametri  $w$  i  $k_p$ , te težinski faktor Akaikeovog kriterija sličnosti modela s mjerenjem.

HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,980	0,034	0,15	1	0,982	0,034	0,15	1
<b>Gauss</b>	0,952	0,037	0,10	$1,63 \cdot 10^{-36}$	0,952	0,035	0,09	$5,60 \cdot 10^{-42}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,16	-

INDIGO TURBOSTREAM								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,987	0,029	0,13	1	0,974	0,029	0,14	1
<b>Gauss</b>	0,970	0,030	0,08	$2,79 \cdot 10^{-19}$	0,971	0,029	0,09	$5,83 \cdot 10^{-32}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,14	-



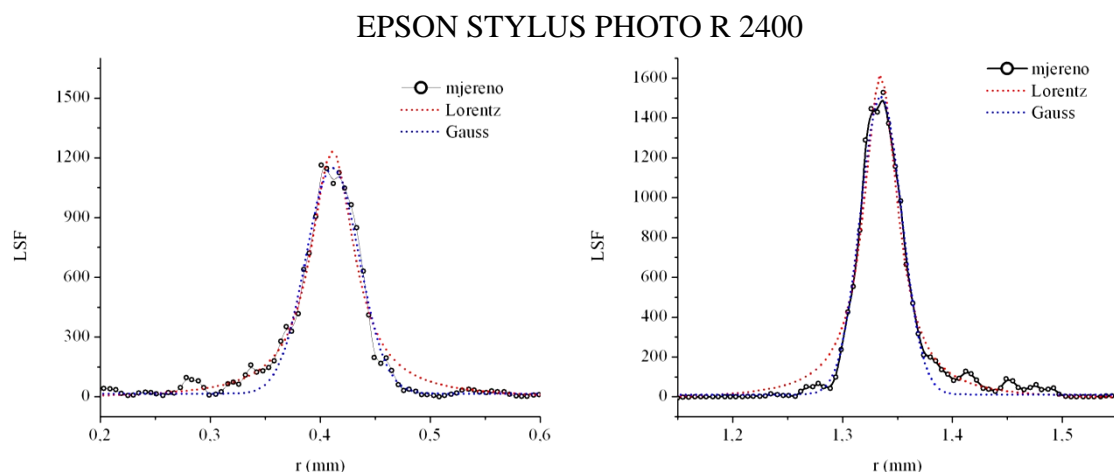
RISO RZ 970 E								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,974	0,037	0,17	1	0,961	0,033	0,15	1
<b>Gauss</b>	0,954	0,039	0,10	$2,50 \cdot 10^{-26}$	0,952	0,035	0,09	$2,17 \cdot 10^{-9}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,15	-

XEROX DC 250								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,981	0,032	0,15	1	0,988	0,036	0,17	1
<b>Gauss</b>	0,965	0,033	0,09	$1,37 \cdot 10^{-22}$	0,970	0,037	0,10	$1,90 \cdot 10^{-34}$
<b>mjereno</b>	-	-	0,14	-	-	-	0,14	-

Tablica 9: Usporedne tablice računatih parametara za HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46, INDIGO TURBOSTREAM, RISO RZ 970 E i XEROX DC 250, slika lijeve i desne LSF za INDIGO TURBOSTREAM.

Tablica 10: Računati parametri za EPSON STYLUS PHOTO R 2400 i pripadna slika lijeve i desne LSF.

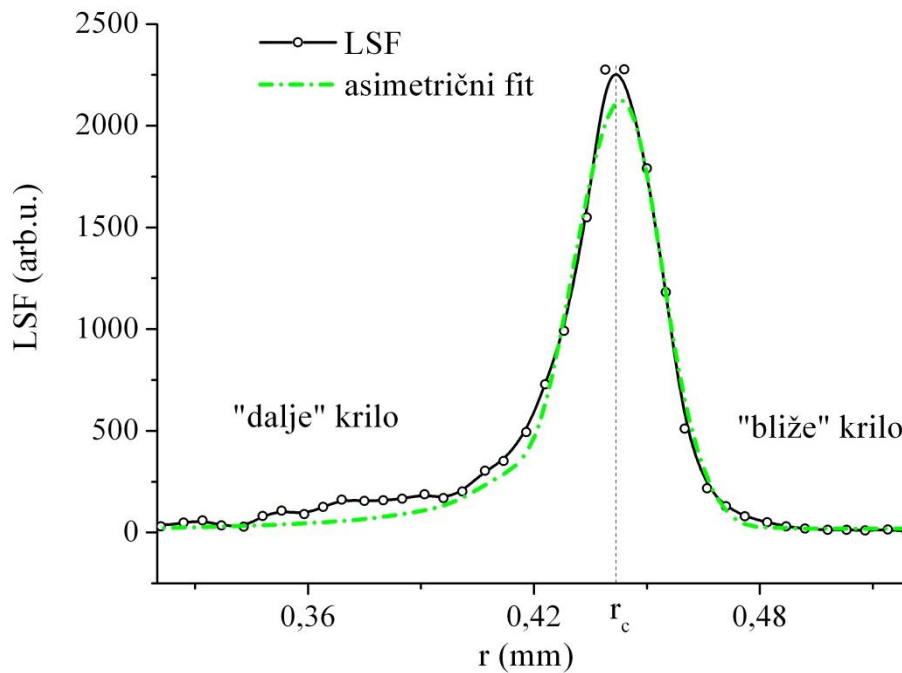
EPSON STYLUS PHOTO R 2400								
	Lijevo				Desno			
	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina	koef. corr.	$w$	$k_p$	AIC težina
<b>Lorentz</b>	0,946	0,085	0,36	$3,62 \cdot 10^{-5}$	0,945	0,076	0,33	$3,61 \cdot 10^{-5}$
<b>Gauss</b>	0,956	0,082	0,22	0,99996	0,954	0,074	0,20	0,99996
<b>mjereno</b>	-	-	0,28	-	-	-	0,23	-



Dobiveni rezultati, kod svih korištenih digitalnih tiskarskih strojeva, pokazuju uniformnost slaganja LSF (analiza LSF lijevog i desnog ruba) s Lorentzovom funkcijom što se vidi iz tablice 9. U tablici je također zbog ilustracije data i slika lijeve i desne LSF za INDIGO TURBOSTREAM. Obje LSF pokazuju značajnu zrcalnu simetričnost (što ukazuje da je kvaliteta oba ruba podjednaka) i visoku vršnu vrijednost što opet ukazuje na kvalitetu oštine oba ruba. Suprotno tome, kod EPSON STYLUS PHOTO R 2400 je to slaganje bolje s Gaussovom funkcijom. Objašnjenje za takvo ponašanje leži u različitim mehanizmima generiranja otiska. EPSON STYLUS PHOTO R 2400 je jedini inkjet digitalni tiskarski stroj, te zbog načina aplikacije boje na podlogu (kapljice) devijacija ruba našeg elementa (linije) najvjerojatnije je uzrokovana razmazivanjem kapljice boje zbog simultanog pomicanja podloge. Zbog tog razloga je i različita kvaliteta lijevog i desnog ruba što se vidi na gornjoj slici (lijevi rub je razmazaniji i pokazuje manju promjenu u reflektanciji). Samim tim ova metoda može poslužiti za bolju ekspertizu digitalno dobivenih otisaka. Ovi rezultati ukazuju da je potrebno nastaviti s daljim istraživanjem uz pozornost na parametre tehnike tiska i samog tiskarskog stroja.

### 5.13. Asimetričnost mjerenih LSF

Iz svih prezentiranih mjerenih profila i računatih LSF vidljivo je da su dobiveni profili asimetrični. S obzirom na to da je intencija ovog rada bila pokazati da se, za konkretni sustav papir – boja, bolji opis optičkog dot gaina dobije analitičkim opisom Lorentzovom funkcijom umjesto do sada korištene Gaussove aproksimacije, nismo se osvrtni na činjenicu da su profili asimetrični jer su obje funkcije (i Lorentzova i Gaussova) simetrične.



Slika 99: Ilustracija asimetrije mjerene LSF i pripadnog fita

Istraživanje je pokazalo da se asimetrični mjereni profil LSF kod većine digitalnih strojeva najbolje može opisati funkcijom koja je dana izrazom:

$$y(x) = \begin{cases} y_0 + \frac{2A}{\pi} \cdot \frac{w_L}{4(x-x_c)^2 + w_L^2} & x \leq x_c \\ y_0 + \frac{A}{w_G \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot e^{-\frac{2(x-x_c)^2}{w_G^2}} & x > x_c \end{cases} \quad (49)$$

Kao što se vidi iz izraza, funkcija je kompilacija dviju korištenih funkcija (konkretno Lorentzove i Gaussove). Ovako napisan izraz vrijedi samo za lijevu LSF, dok je za opis desne LSF potrebno u istom izrazu zamijeniti smjer nejednakosti za varijablu  $x$ .

Ako vrh LSF shvatimo kao stvarni rub elementa, onda krila možemo interpretirati kao optički („dalje“ krilo) i mehanički („bliže“ krilo) prirast. „Dalje“ krilo uvijek je opisano Lorentzovom funkcijom te smo stoga ono pridružili optičkom prirastu shodno modeliranim profilima dobivenim u okviru Monte Carlo aproksimacije podpovršinskog raspršenja svjetlosti. S druge strane pretpostavljamo da je oblik „bližeg“ krila, opisanog Gaussovom funkcijom, posljedica utjecaja tehnike tiska, odnosno samog digitalnog tiskarskog sustava, te orijentacije rasterskog nesimetričnog elementa u odnosu na smjer otiskivanja, itd. S obzirom na veliki broj parametara koji mogu, eventualno, utjecati na asimetričnost i različit izgled „bližeg“ i „daljeg“ krila, potrebno je nastaviti u tom smjeru dalja istraživanja koja bi više pozornosti posvetila svakom od navedenih utjecaja.

## ZAKLJUČAK

U grafičkoj komunikaciji kvaliteta prijenosa informacije ovisi, između ostalog, i o interakciji svjetlosti sa supstratom. Realan opis transporta svjetlosti u mediju ovisi o poznavanju optičkih svojstava njegovih komponenti i njihovoj međusobnoj interakciji. Medij o kojem je riječ u radu je papir koji je izuzetno složen, što dodatno komplicira generiranje njegovog teorijskog modela. Takav pristup pruža mogućnost teorijskog eksperimentiranja s raznim parametrima komponenata papira na koji se aplicira rasterski element što omogućuje kontrolu bez stvarne proizvodnje papira modeliranog tipa. U radu se kao rasterski element promatra linija kao jedan od osnovnih geometrijskih oblika koji se koristi u rasterskoj reprodukciji, a ujedno pojednostavljuje opis zbog jednodimenzionalnosti pristupa.

Prirast rastertonske vrijednosti ima dvije komponente – mehaničku i optičku, s tim da smo se u radu fokusirali na proučavanje optičke komponente. Optički prirast rastertonske vrijednosti je direktna posljedica podpovršinskog raspršenja svjetlosti u papiru. U ovom je radu ideja bila pokazati model optičkog prirasta kao funkciju nekoliko predvidljivih posljedica parametara poput koeficijenata raspršenja ili apsorpcije različitih komponenata papira, indeksa loma ulaznog sloja premaza papira, itd. Polazeći od stvarnih fizikalnih pretpostavki, modelirano je podpovršinsko raspršenje svjetlosti u podlozi kompleksne strukture. Model je simulirao podpovršinsko raspršenje svjetlosti u papiru te je pomoću Monte Carlo metode dobivena funkcija razmazivanja točke (PSF) kojom smo uz upotrebu konvolucije simulirali reflektancijski profil otisnute linije. Iako se za analitički oblik PSF uglavnom koristi Gaussova funkcija, naša simulacija podpovršinskog profila raspršenja svjetlosti u papiru pomoću Monte Carlo metode jasno pokazuje da je bolji opis dat s Lorentzovim profilom. Da bismo razlučili koji je od opisa točniji, morali smo usporediti konvoluirane profile otisnutih linija s funkcijom razmazivanja linije i Lorentzovog i Gaussovog oblika s mjerenima. Naime, konvolucija funkcije razmazivanja točke (PSF) s funkcijom koja opisuje raspodjelu uzorka rasterskih elemenata,  $T(x,y)$ , tj. transmisijski uzorak boje na papiru u točki daje integracijom u konačnici očekivanu reflektanciju te se koristi za izračunavanje veličine optičkog prirasta. Kako se korištenjem konvolucijskog teorema integracija svodi na jednostavno množenje u Fourierovoj domeni, računalno rješavanje konvolucijskih integrala svodi se na primjenu dvodimenzionalne Fourierove transformacije (FFT) pri čemu konvolucija izvodi množenje Fourierove transformacije funkcija  $T$  i PSF, a zatim obavlja inverznu transformaciju (iFFT) dobivenih produkata. Kao alternativna mjera bočnog raspršenja koristi se Fourierova

transformacija od PSF, tj. modulacijska prijenosna funkcija papira (MTF). Karakteristike bočnog raspršenja često se opisuju ili PSF ili MTF funkcijama.

Kvantitativnu analizu kvalitete otisaka izvršili smo na temelju otisaka linijskog uzorka debljine 1 mm na testnoj formi na tri različite vrste papira za tiskanje u digitalnom tisku (ARCOPRINT 120g, NAVIGATOR 80g i SPLENDORGEL 115g) pomoću uređaja za analizu slike Personal IAS.

Idealan reflektancijski model profil za linijski rasterski element je pravokutan. Usporedili smo izmjereni i izračunate reflektancijske profile koji se razlikuju u obliku PSF. Profil dobiven Monte Carlo metodom, koji smo prepoznali kao Lorentzov profil uspoređen s uobičajenim Gausovim profilom PSF daje bolje rezultate u opisu prirode optičkog prirasta pomoću usporedbe s izmjerenim profilom linije što je posebno očigledno u detaljnom razmatranju uvećanih detalja dvaju područja od interesa, tj. područje ruba linije gdje refleksija iznosi oko 87% i područje ruba linije središnjeg dijela s refleksijom oko 4%.

Zaključili smo da metoda dobro opisuje optički prirast te da se mogu, pomoću dekonvolucije iz mjerenih reflektancija profila linije, dobiti informacije o prirodi i morfologiji mehaničkog prirasta. Razdvajanje mehaničkog i optičkog prirasta omogućuje optimiziranje procesa ispisa, odnosno dizajna papira određenih optičkih i mehaničkih svojstava.

Budući da je PSF u ovom slučaju opisana Lorentzovom raspodjelom, naš profil ovisi samo o jednom parametru,  $w$ . Stoga smo ispitali ovisnost parametra  $w$  o raznim karakteristikama samog papira, ali i upadne svjetlosti. Kao prvo, modelirana polovina širine profila  $w$  različita je za premazani i nepremazani papir. Raspršenje u nepremazanom papiru je značajnije te je parametar  $w$  manji za premazani papir, tj. distribucija je uža što je posljedica višestrukih internih refleksija na granici osnova papira - premaz. Izračun teorijske ovisnosti  $w$  o debljini premaza daje funkcionalnu ovisnost koja odgovara logističkoj funkciji. Nadalje, promatrali smo ovisnost parametra  $w$  o postotnom udjelu svake od komponenti papira (celuloze, punila, keljiva, zraka, ...). Analiza nije pokazala zamjetljive razlike u parametru  $w$  prilikom variranja količinskih vrijednosti navedenih komponenti. Jedina ovisnost parametra  $w$  pokazuje se prilikom variranja vrijednosti faktora asimetrije celuloze  $g$  (kao komponente koja je najzastupljenija u papiru) u našem modelu. Naime,  $w$  se smanjuje kako  $g$  ide prema nuli što bi, eventualno, moglo biti smjernica prilikom dizajniranja nekog papira bez celuloze. Slijedeća ovisnost koju smo ispitali bila je ovisnost parametra  $w$  o valnoj duljini svjetlosti gdje se pokazalo da padom valne duljina pada i vrijednost parametra  $w$ , ali je ujedno

koeficijent apsorpcije za manje valne duljine veći. Svi su dobiveni podaci ovisnosti parametra  $w$  isključivo teorijski i daju se uglavnom dobro teorijski objasniti.

Kako bi provjerili našu hipotezu da Lorentzov profil bolje opisuje optički dot gain, proveli smo analizu ruba našeg rasterskog elementa (linija). Uzeli smo usrednjeni profil mjerene reflektancije i gradijentnom metodom izračunali funkciju razmazivanja linje (LSF) sustava izračunavanjem numeričke derivacije pomoću ugrađene funkcije u programu Origin 8.5 uz korištenje funkcije zaglađivanja (zbog uklanjanja šuma nastalog deriviranjem funkcije koja već sadrži određeni nivo šuma) također ugrađene u program Origin 8.5 koja se bazira na tzv. percentilnom filtriranju. Uočili smo da se može razlikovati tzv. lijeva i desna derivacija te je dobivena derivacija reflektancije, dakle, funkcija razmazivanja linije, asimetrična.

Usporedba tako dobivene LSF s Lorentzovim i Gausovim profilom opet ukazuje na zaključak da je Lorentzov profil u opisu podpovršinskog raspršenja svjetlosti u sustavu papir-boja, odnosno u opisu optičkog dot gaina primjereniji u odnosu na prethodne pristupe.

Osim toga, tijekom eksperimenta uočili smo, također, da treba razlikovati okomitu i paralelnu orijentaciju otiskivanja linije u odnosu na os valjka. Dobivene reflektancije razlikuju se za ta dva slučaja, tj.  $R_{\perp}$  je nešto uža od  $R_{\parallel}$ . Dalja analiza računanjem LSF i to posebno lijeve i desne  $LSF_{\perp}$  i  $LSF_{\parallel}$  pokazala je usporedbom parametara  $w$  za okomite i paralelne LSF da su za okomito orijentirane linije dobivene LSF uže (do 20%) što daje kvalitetniji rub. Međutim, pokazalo se da i Lorentzov i Gaussov fit imaju visok koeficijent korelacije s dobivenim LSF. Stoga smo se za usporedbu modela koristili Akaikeovim kriterijem koji je pokazao da u oba slučaja (paralelno i okomito) veću Akaikeovu težinu ima Lorentzov model, što znači da bolje opisuje LSF od Gaussovog modela iako oba modela imaju visoke koeficijente korelacije.

LSF tretiramo kao funkciju gustoće vjerojatnosti za lateralno raspršenje svjetlosti u papiru. Približna poluširina krivulje izmjerena na pola visine,  $w$ , je praktična mjera LSF i definira se kao statistički srednja udaljenost koju svjetlost prijeđe prije povratka na površinu kao reflektirana svjetlost.

Dobar opis daje i modulacijska prijenosna funkcija, MTF, koja sadrži identične informacije kao i izvorna funkcija razmazivanja ruba. Korištenjem ugrađene funkcije FFT u programu Origin 8.5 izračunali smo MTF za dobivene LSF. Usporedba modulacijskih prijenosnih funkcija mjerene vrijednosti LSF i njezinih aproksimacija dobivenih Lorentzovim i Gausovim fitom još jednom pokazuje da je okomita linija bolje definirana od paralelne



tepotvrđuje da je aproksimacija LSF Lorentzovom funkcijom superiornija Gaussovoj aproksimaciji. Rezultate smo provjerili za tri različite vrste papira (ARCOPRINT 120g, SPLENDORGEL 115g i NAVIGATOR 80g) te utvrdili da se rub linije otisnute na sva tri papira bolje aproksimira Lorentzovom funkcijom. Svi su ovi otisci bili rađeni na tiskarskom stroju INDIGO TURBOSTREAM 1000 EPRINT. Stoga smo provjerili naše rezultate s otiscima na još 4 stroja i to za HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46, RISO RZ 970 E, XEROX DC 250 i EPSON STYLUS PHOTO R 2400. Kod svih korištenih digitalnih tiskarskih strojeva dobiveni rezultati pokazuju uniformnost slaganja LSF s Lorentzovom funkcijom osim kod EPSON STYLUS PHOTO R 2400 gdje je slaganje LSF bolje s Gaussovom funkcijom. Kako je to među ispitivanim strojevima jedini inkjet digitalni tiskarski stroj, devijacija ruba linije vjerojatno je uzrokovana tehnikom tiska, odnosno, fizikom razmazivanja kapljice boje zbog simultanog pomicanja podloge. Ovi rezultati ukazuju na to da je potrebno nastaviti s daljim istraživanjem uz pozornost na parametre tehnike tiska i samog tiskarskog stroja.

Iz svih prezentiranih mjerenih profila i računatih LSF vidljivo je da su dobiveni profili asimetrični. Istraživanje je pokazalo da se asimetrični mjereni profil LSF kod većine digitalnih strojeva najbolje može opisati funkcijom koja je dana izrazom:

$$y(x) = \begin{cases} y_0 + \frac{2A}{\pi} \cdot \frac{w_L}{4(x-x_c)^2 + w_L^2} & x \leq x_c \\ y_0 + \frac{A}{w_G \sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cdot e^{-\frac{2(x-x_c)^2}{w_G^2}} & x > x_c \end{cases}$$

Kao što se vidi iz izraza funkcija je kompilacija dviju korištenih funkcija (konkretno Lorentzove i Gaussove). Ovako napisan izraz vrijedi samo za lijevu LSF, dok je za opis desne LSF potrebno u istom izrazu zamijeniti smjer nejednakosti za varijablu  $x$ .

Sam vrh LSF tretira se kao stvarni rub elementa dok krila interpretiramo kao optički i mehanički rastertonski prirast. Krilo izraženo Lorentzovom funkcijom opisuje optički prirast, shodno modeliranim profilima dobivenima u okviru Monte Carlo aproksimacije podpovršinskog raspršenja svjetlosti. S druge strane pretpostavljamo da krilo izraženo Gaussovom funkcijom opisuje mehanički prirast te je posljedica utjecaja tehnike tiska, odnosno samog digitalnog tiskarskog sustava, orijentacije rasterskog elementa u odnosu na

smjer otiskivanja, itd. Potrebno je naglasiti da se ovi zaključci isključivo odnose na sustav papir – boja, ali potencijalna univerzalnost metode ukazuje da bi trebalo nastaviti u tom smjeru dalja istraživanja koja bi više pozornosti posvetila svakom od navedenih utjecaja.

Ovom doktorskom disertacijom dat je izvorni znanstveni doprinos koji se očituje u sljedećem:

- Pokazano je da izračunata podpovršinska raspodjela raspršenja fotona, u okviru Monte Carlo aproksimacije, odgovara funkciji razmazivanja točke (PSF) koja ima Lorentzovu analitičku formu.
- Dobivanje reflektancijskog profila rasterskog elementa (u razmatranom slučaju linije ili bilo kojeg rasterskog elementa s nekim drugim jednostavnim geometrijskim pretpostavkama) - konvolucija PSF s modelom rasterskog elementa.
- Pokazano je da opis PSF Lorentzovom funkcijom daje bolje rezultate od uobičajenog opisa Gaussovom funkcijom, te ujedno daje neke fizikalne i tehnološke pretpostavke koji determiniraju porijeklo optičkog prirasta.
- Odvajanje optičke i mehaničke komponente prirasta rastertonske vrijednosti (što do sada nije napravljeno).
- Eksperimentalno su provjereni dobiveni teorijski profili usporedbom s mjerenim profilima pomoću gradijentne metode.
- Bolje razumijevanje utjecaja tehnika tiska i različitih podloga na izgled i kvalitetu ruba rasterskog elementa radi optimizacije optičkog prirasta rastertonske vrijednosti.
- Potencijalni doprinos izoštravanju slike u medicinskom aplikacijama.

## DODATAK

### 1. Funkcija razmazivanja točke

U ovom dodatku prikazan je nešto stroži matematički okvir funkcija razmazivanja točke i linije koje su korištene u radu.

Pretpostavimo da sustav generiranja slike djeluje tako da neku ulaznu informaciju (slika, signal,...)  $i(\xi, \eta)$  pretvara u izlaznu informaciju  $o(x, y)$

$$L\{i(\xi, \eta)\} = o\{x, y\}$$

gdje su  $(\xi, \eta)$  i  $(x, y)$  pravokutne koordinate u objektnoj, odnosno u ravnini slike. Pretpostavimo da je sistem linearan tako da vrijedi

$$\begin{aligned} L\{a_1 i_1(\xi, \eta) + a_2 i_2(\xi, \eta)\} &= a_1 o_1\{x, y\} + a_2 o_2\{x, y\} \\ &= a_1 L\{i_1(\xi, \eta)\} + a_2 L\{i_2(\xi, \eta)\} \end{aligned}$$

Bilo koji dvodimenzionalni ulaz može biti opisan kao superpozicija dvodimenzionalnih delta funkcija ili točkastih izvora

$$i(\xi, \eta) = \int \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\xi - \xi', \eta - \eta') \cdot i(\xi', \eta') \cdot d\xi' d\eta'$$

Tada iz uvjeta linearnosti proizlazi

$$L\{i(\xi, \eta)\} = \int \int_{-\infty}^{\infty} i(\xi', \eta') \cdot L\{\delta(\xi - \xi', \eta - \eta')\} \cdot d\xi' d\eta' \quad (1)$$

Ako je sustav izoplanaran, što znači da njegov oblik ne ovisi položaju na ravnini u kojoj se nalazi točkasti izvor, možemo definirati funkciju razmazivanja točke *PSF* ili točkasti izvor u ravnini slike

$$\begin{aligned} L\{\delta(\xi, \eta)\} &= PSF(x - \xi, y - \eta) \\ &= L\{\delta(\xi - \xi', \eta - \eta')\} \end{aligned}$$

Tada jednadžba (1) poprima oblik

$$o(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} i(\xi, \eta) \cdot PSF(x - \xi, y - \eta) \cdot d\xi d\eta \quad (2)$$

## 2. Parametarski PSF i MTF modeli

Preuzeto iz<sup>107</sup>:

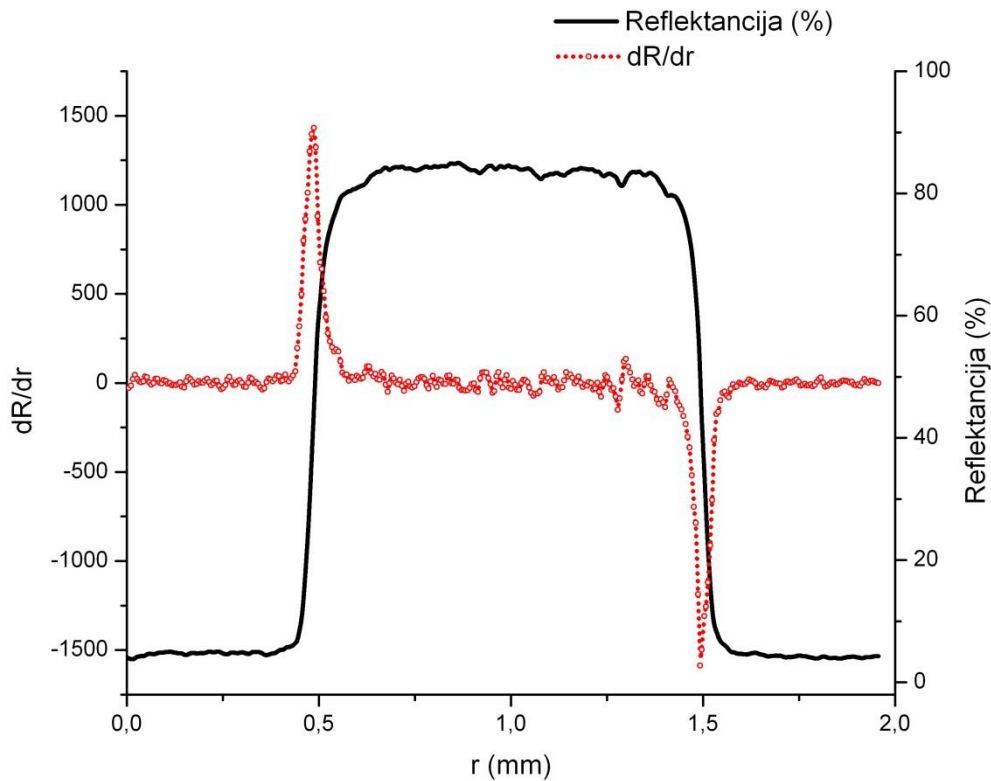
	Funkcija razmazivanja točke - $PSF(r)$	Funkcija razmazivanja linije - $LSF(x)$	Modulacijska prijenosna funkcija - $MTF(\xi)$
a)	$\frac{1}{2\pi k} K_0\left(\frac{r}{k}\right)$	$\frac{1}{2k} e^{-\left(\frac{ x }{k}\right)}$	$\frac{1}{1+(2\pi k\xi)^2}$
b)	$\frac{1}{2\pi k^2} e^{-\left(\frac{r}{k}\right)}$	$\frac{ x }{\pi k^2} K_1\left(\frac{ x }{k}\right)$	$\frac{1}{[1+(2\pi k\xi)^2]^{3/2}}$
c)	$\frac{1}{2\pi k} \cdot \frac{1}{\left[1+\left(\frac{r}{k}\right)^2\right]^{3/2}}$	$\frac{1}{\pi k} \cdot \frac{1}{\left[1+\left(\frac{x}{k}\right)^2\right]}$	$e^{-2\pi k \xi }$
d)	$\frac{1}{4\pi k^2} e^{-\left(\frac{r}{2k}\right)^2}$	$\frac{1}{2k\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x}{2k}\right)^2}$	$e^{-(2\pi k\xi)^2}$

Pritom su  $K_0$  i  $K_1$  modificirane Besselove funkcije nultog i prvog reda druge vrste

Gornje empirijske funkcije su normalizirane tako da vrijedi,

$$2\pi \int_0^{\infty} PSF(r) \cdot r dr = \int_{-\infty}^{\infty} LSF(x) \cdot dx = M(0) = 1$$

### 3. Akaikeov kriterij informacije (AIC)



Slika 100: Usporedba reflektancijskog profila otisnute linije debljine 1mm na Arcoprint 120g papiru i derivacije reflektancije po cijelom profilu linije.

Kad se provodi statistička analiza, često se nastoji procijeniti veličina učinka određene varijable na varijablu odziva i njezinu preciznost. U određenim slučajevima želimo procijeniti da li je efekt dovoljno važan da uključuje predviđene parametre u modelu tj. postavlja se pitanje odabira modela. To je često slučaj kod mjerenja gdje se vjeruje da niz varijabli objašnjava određeni proces ili uzorak. Dok su klasične tehnike kao što su testiranja nul-hipotezom dobro prilagođene za manipulativne eksperimente, njihova široka primjena i zlouporaba pri rješavanju pitanja kao što su parametar procjene i odabir modela, samo odražavaju sporu migraciju vrhunske tehnike iz dalekog svijeta statistike u discipline koje se bave pitanjima grafičke tehnologije. Doista, testiranje hipoteza je problematično jer se neizravno bavi ovim pitanjima (tj. učinak jest ili nije značajan), a rezultati ne djeluju osobito dobro pri izboru modela<sup>108</sup>, međutim bolji pristupi za sada ne postoje<sup>109,110</sup>.

Kao što je poznato<sup>111</sup>, tri načela određuju našu sposobnost stvaranja zaključaka u znanosti:

- 1) jednostavnost i ekonomičnost,
- 2) nekoliko radnih hipoteza,
- 3) snaga dokaza.

Jednostavnost i štedljivost je koncept utemeljen na Occamovoj britvi, koji ukazuje da je najjednostavnije objašnjenje obično i najvjerojatnije. To je kvaliteta kojoj se često teži u znanosti.

Ekonomičnost je osobito razvidna u pitanjima izrade modela, gdje znanstvenik mora naći kompromis između pristranosti i neslaganja modela. Ovdje, pristranost odgovara razlici između procijenjene vrijednosti i prave vrijednosti nepoznatog parametra, dok neslaganje ukazuje na preciznost ove procjene. Dakle, model s previše varijabli imati će nisku preciznost, dok je model s premalo varijabli pristran<sup>111</sup>. Načelo više radnih hipoteza sastoji se u ispitivanju hipoteza na jednom eksperimentu, a zatim prema rezultatima, oblikovanje nove hipoteze koju testiramo novim eksperimentom<sup>112</sup>. Odabir modela, što prethodi testiranju, za podatke koje imamo na raspolaganju, zahtijeva nekoliko plauzibilnih modela koje generiramo prije izvođenja analize. Nakon analize, definiraju se pokazatelji koji je model najbolji među pretpostavljenim modelima i mjera čvrstoće dokaza za svaki model.

Prije same konstrukcije modela, moramo prihvatiti činjenicu da ne postoje realistični (istiniti) modeli, već oni samo aproksimiraju stvarnost. Pitanje je onda kako odrediti model koji najbolje aproksimira stvarnost s obzirom na mjerene podatke. Drugim riječima, trudimo se smanjiti gubitak informacija. Kullback i Leibler<sup>113</sup> rješavali su takve probleme i razvili mjeru, tzv. Kullback-Leibler informacija, radi predstavljanja informacije izgubljene prilikom aproksimiranja realnosti (tj. dobar model minimizira gubitak informacija). Nekoliko desetljeća kasnije, Akaike<sup>114</sup> predlaže uporabu Kullback-Leibler informacije za odabir modela. On je uspostavio odnos između maksimalne sličnosti, što je procjena metode koja se koristi u mnogim statističkim analizama, i Kullback-Leibler informacije.

Analiza podataka često zahtijeva odabir među nekoliko mogućih modela, koji bi mogli odgovarati mjerenim podacima. Akaikeov informacijski kriterij (AIC) pruža objektivan način utvrđivanja koji je među korištenim modelima najekonomičniji, odnosno način odabira modela iz skupa modela. Izabrani model je onaj koji minimizira Kullback-Leibler udaljenost između modela i činjeničnih podataka (u našem slučaju mjerenja). AIC se temelji na informacijskoj teoriji, ali heuristički o tome razmišljamo kao o kriteriju da se nađe model koji dobro opisuje mjerene podatke, pri čemu imamo nekoliko parametara.

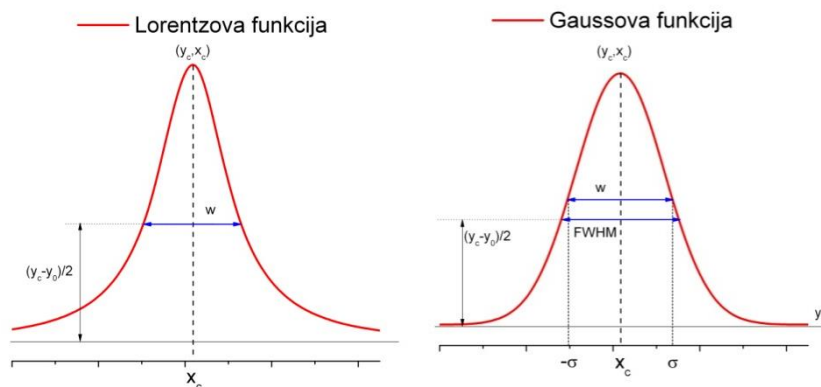
AIC se definira kao:

$$AIC = -2 (\ln (\text{podudarnost})) + 2 K$$

gdje je podudarnost vjerojatnost podataka navedenih modela, a  $K$  je broj slobodnih parametara u modelu. AIC rezultati često su prikazani kao  $\Delta AIC$  rezultati ili kao razlika između najboljih modela (najmanji AIC).

Kriterij je strog i utemeljen na čvrstim statističkim principima (tj. maksimalna sličnost), ali se pri tome lako izračunava i interpretira. Bez ulaženja u detaljnije obrazloženje i matematički prikaz navedena metoda nalazi "istinit" model pouzdanije nego na primjer F-test<sup>115,116</sup>. Autori također ukazuju da je F-test sklon izabrati više složene modele, te zaključuju da je AIC djelotvoran i učinkovit pristup.

Tablica 11: Ilustracija vrijednosti parametara korištenih u AIC analizi jednog od mjerenih profila.



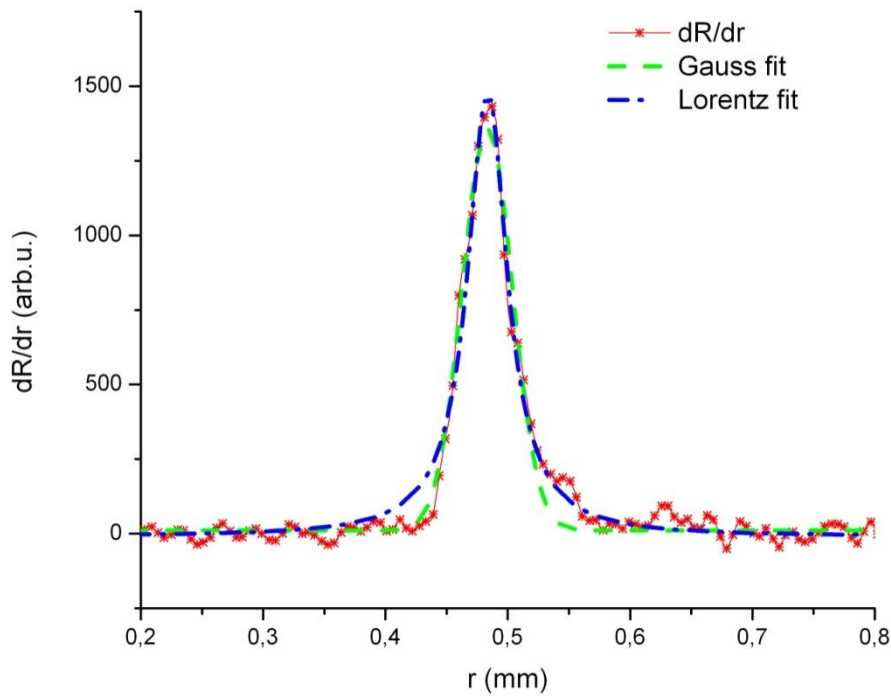
Lorentzov model			Gaussov model		
$y = y_0 + \frac{2A}{\pi} \frac{w}{4(x - x_c)^2 + w^2}$			$y = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-2\left(\frac{x-x_c}{w}\right)^2}$		
<b>Koeficijent korelacije</b>	0,9717		<b>Koeficijent korelacije</b>	0,9696	
	<b>Vrijednost parametra</b>	<b>Standardna devijacija</b>		<b>Vrijednost parametra</b>	<b>Standardna devijacija</b>
<b>y<sub>0</sub></b>	9,755	3,494	<b>y<sub>0</sub></b>	11,14028	3,38429
<b>x<sub>c</sub></b>	0,483	3,240 · 10 <sup>-4</sup>	<b>x<sub>c</sub></b>	0,48323	3,6191 · 10 <sup>-4</sup>
<b>w</b>	0,039	9,889 · 10 <sup>-4</sup>	<b>w</b>	0,04106	7,3857 · 10 <sup>-4</sup>
<b>A</b>	92,589	1,742	<b>A</b>	69,23795	1,11981
			<b>FWHM</b>	0,04834	

U ovom radu koristili smo AIC metodu odabira modela da bi odredili koji od dva predložena modela opisa LSF (Lorentz-ov i Gauss-ov) bolje opisuje dobivene rezultate jer je koeficijent korelacije za oba modela jako visok i ne razlikuje se mnogo.

Zbog uočene asimetrije profila analizirana su oba ruba. Analiza je prikazana na Slika 101. Detaljnija analiza derivacije ruba kojom nakon normiranja na jedinicu dobivamo LSF pokazuje da LSF nije simetrična. Dapače niti tzv. lijevi i desni rub ne pokazuju ista svojstva. Nakon fitanja pripadnih derivacija Lorentzovom i Gaussovom funkcijom dobivene su izrazito visoke vrijednosti koeficijenta korelacije za oba primijenjena modela. Potrebno je naglasiti da je u oba slučaja fit konvergirao te da je bio zadovoljen kriterij tolerancije.



Iz samih slika nije bilo moguće razlučiti koji model bolje opisuje dobivena mjerenja. Stoga je primijenjena AIC metoda odabira modela u okviru programa Origin 8.5 kojim su obrađivani mjereni podaci.



Slika 101: Derivacija lijevog ruba i pripadni Lorentzov (koeficijent korelacije:  $R = 0,97175$ ) i Gaussov fit ( $R = 0,96961$ )

Rezultat primjene AIC metode pokazao je čudno ponašanje. Naime pokazalo se da lijevi rub bolje opisuje Lorentzova funkcija dok je desni rub bolje opisan Gaussovom funkcijom. Takvo ponašanje ukazuje da kvalitetu ruba dominantno određuje primijenjena tehnika tiska. U oba slučaja vidljivo je da jednu granu LSF bolje opisuje Lorentzova funkcija (dalje krilo), a drugu Gaussova funkcija (bliže krilo).

Tablica 12: Vrijednosti dobivene AIC analizom za lijevi i desni rub (N = broj točaka)

			Lijevi rub		Desni rub	
	N	Parametri	AIC	Akaike težina	AIC	Akaike težina
<b>Model Lorentz</b>	188	4	1413,77794	0,99896	1422,42857	0,00101
<b>Model Gauss</b>	188	4	1427,50804	0,00104	1408,63997	0,99899

Iz tablice se vidi da veću Akaikeovu težinu lijevi rub ima za Lorentzov model što ukazuje na to da je opis Lorentzovom funkcijom za lijevi rub bolji i obratno, za desni rub koji ima veću Akaikeovu težinu za Gaussov model bolji je opis dat pomoću Gaussove funkcije.

## POPIS SLIKA

Slika 1: Krug kvalitete slike, modificirani dijagram koji je objavio P.G. Engeldrum <sup>1</sup> .....	11
Slika 2: Shematski prikaz međuovisnosti kvalitete slike i mikrostrukture slike. ....	15
Slika 3: Međudjelovanje kvalitete slike i mikrostrukture slike proteže se i na mehanizam procesiranja slike. ....	15
Slika 4: Primjeri rezolucije, odnosno šuma fotografije .....	16
Slika 5: Ilustracija različitih detalja na slici koje smatramo mikrostrukturom slike ( Preuzeto iz - "Image Microstructure", M.A. Kriss, Ch. 21, Theory of the Photographic Process, T.H. James, 4th Edition, p. 614, Fig. 21.60).....	17
Slika 6: Shematski prikaz pretvarača s pozicije teorije prijenosa komunikacija.....	19
Slika 7: Point spread funkcija (PSF) je slika točkastog izvora (strelica) jediničnog intenziteta: a) izotropni sustav, b) neizotropni sustav. ....	20
Slika 8: Slika od dva točkasta izvora nastala linearnim, izotropnim sustavom (princip superpozicije) 22	
Slika 9: LSF je slika linijskog izvora jediničnog intenziteta .....	23
Slika 10: Slika dvaju linijskih izvora dobivena linearnim sustavom (princip superpozicije) .....	24
Slika 11: Shematski prikaz jednodimenzionalne kovolucije. Prikazano je samo nekoliko od bezbroj elementarnih linijskih slika. ....	25
Slika 12: Testna slika za određivanje optičke rezolucije (USAF 1951 grafikon) .....	27
Slika 13: Raspodjela sinusnog intenziteta u prostoru.....	28
Slika 14: Sinusoidalni signal transmitancije, $T(x)$ . ( $P$ = period, $\omega$ = frekvencija = $1/P$ , $A$ = srednja vrijednost signala i $B$ = amplituda signala). ....	30
Slika 15: Jednostavan linearni slikovni sustav .....	31
Slika 16: Konceptualni prikaz značenja MTF. TTF može ovisiti o frekvenciji signala. Ovo je MTF karakteristika sustava. U optimalnom slučaju vrijednost MTF je jednaka 1 što znači da je kontrast originala i kopije identičan. ....	31
Slika 17: Primjer MTF sistema .....	32
Slika 18: TTF i $TTF^{-1}$ sistema .....	33
Slika 19: Mjerenje MTF sistema .....	33
Slika 20: Nakon realnog preslikavanja kopija oštrog ruba je neoštra. ....	34
Slika 21: Ilustracija funkcije razmazivanja realnog i idealnog ruba .....	36

Slika 22: Funkcije gustoće vjerojatnosti Lorentzove, Gaussove, Laplaceove i uniformne raspodjele. Lorentzova raspodjela je stavljena jer se ostatak rada bazira na usporedbi utjecaja Lorentzove i Gaussove raspodjele. ....	39
Slika 23: Henyey - Greenstein fazna funkcija kao funkcija raznih parametara $g$ (preuzeto iz <sup>36</sup> ).....	49
Slika 24: Pojednostavljeni dijagram toka za računatu Monte Carlo simulaciju raspršenja svjetlosti u papiru rađenu pomoću MathCad 11 programa(preuzeto iz <sup>36</sup> ) .....	51
Slika 25: Ilustracija konvolucije $3 \times 3$ jezgrom. (Preuzeto iz MathCad 11 računalnog programa) .....	54
Slika 26: Uobičajene funkcije razmazivanja točke. Cirkularna (a), Gaussova (b), Lorentzova (c) i kvadratična (d) uobičajene su funkcije (filteri) za izgladivanje (low-pass filter). Sinc funkcija, (e). ...	55
Slika 27: Osnovni parovi Fourierove transformacije. ....	65
Slika 28: Primjer sinusoidalnog uzorka malih prostornih frekvencija. ....	68
Slika 29: Primjer sinusoidalnog uzorka viših prostornih frekvencija.....	69
Slika 30:Signal koji sadrži samo jednu prostornu frekvenciju $f$ .....	69
Slika 31: Fourierova transformacija generira i zrcalnu sliku prostornih frekvencija oko ishodišta. ....	70
Slika 32: Sinusoidalna svjetlina slike i dvodimenzionalna Fourierova transformacija. ....	71
Slika 33:Sinusoidalna svjetlina slike i pripadna dvodimenzionalna Fourierova transformacija bez viših harmonika.....	71
Slika 34: Sinusoidalna svjetlina slike za različite frekvencije i pripadna dvodimenzionalna Fourierova transformacija.....	72
Slika 35: Nagib sinusoidalnog uzorak stvara nagib para pikova u Fourierovoj slici .....	73
Slika 36: Kombinirani sinusni uzorak i pripadna Fourierova transformacija (aditivna kombinacija). ....	73
Slika 37: Različite kombinacije sinusnih uzoraka i pripadne Fourierove transformacije .....	74
Slika 38: Ilustracija viših harmonika.....	75
Slika 39: Rezultat postupnog dodavanja viših harmonika temeljnoj frekvenciji .....	75
Slika 40: Ilustracija sinusoidalnih uzoraka i pripadne Fourierove transformacije s pripadnim višim harmonicima.....	76
Slika 41: Rezultat uključivanja viših harmonika do Nyquistove frekvencije.....	77
Slika 42: Ilustracija leće kao realnog Fourierovog transformatora .....	77
Slika 43: Fourierova i pripadna inverzna transformacija .....	79
Slika 44: Ilustracija djelovanja niskopropusnog filtera .....	80

Slika 45: Ilustracija djelovanja visokopropusnog filtera .....	80
Slika 46: Ilustracija djelovanja pojasnog filtera .....	81
Slika 47: Ilustracija rezultata primjene niskofrekventnih i visokofrekventnih filtriranja na uzorku.....	82
Slika 48: Ilustracija rezultata primjene pojasnih filtera na uzorku .....	83
Slika 49: Amplitudni spektar raspodjele intenziteta.....	84
Slika 50: Dobivanje nepravilnog periodičkog uzorka. Vidi se da je sastavljen od tri sinusne funkcije različitih amplituda i frekvencija.....	84
Slika 51: Nepravilni periodički uzorak i pripadne Fourierove transformacije .....	85
Slika 52: (A) Očigledna je poteškoća u identificiranju harmonika u šumovitom signalu. (B) Analizom signala u frekvencijskoj domeni tri harmonijske komponente mogu se mnogo lakše prepoznati. ....	86
Slika 53: Zbrajanje Fourierovih komponenti da bi fitali step funkciju (idealni rub).....	87
Slika 54: Ilustracija koncepta prostorne frekvencije .....	88
Slika 55: Shematski prikaz spektra snage šuma na slici 54 a) i b). Jedinice osi su relativne jedinice za potrebe ilustracija. ....	89
Slika 56: Grafičko tumačenje ove jednodimenzionalne konvolucije .....	91
Slika 57: Ilustracija konvolucije (crvena linija) s pravokutnom jezgrom konvolucije (plava linija) ....	92
Slika 58: Ilustracija konvolucije (crvena linija) s jezgrom konvolucije opisanom Gaussovom funkcijom (plava linija) .....	93
Slika 59: Slika ruba prikazanog skokom u intenzitetu .....	100
Slika 60: Gradijent signala prikazanog na slici 59 .....	100
Slika 61: Pronalaženje lokacije ruba pomoću druge derivacije slike ruba .....	101
Slika 62: Postotak reflektirane zrake u odnosu na ulaz prikazan kao funkcija upadnog kuta, ovisno o indeksu loma podloge (Fresnelove jednadžbe). ....	105
Slika 63: Izračunate putanje pojedinih fotonskih paketa u mediju na temelju našeg modela. Svaka točka predstavlja položaj gdje je došlo do raspršenja i/ili apsorpcije. U našem istraživanju bilježili smo samo reflektirane fotone (zeleno). ....	106
Slika 64: Optički prirast rastertonske vrijednosti uzrokovan je raspršenjem svjetlosti unutar papira na kojem su točkice otisnute. ....	108
Slika 65: Primjeri različitih oblika točaka generiranih od različitih boja, papira, i tehnologije tiska: A) 300 dpi elektrofotografski laserski pisač na običnom papiru; B) 150 dpi ofset na papiru koji se koristi prilikom tiskanja magazina; C) 300 dpi ink jet kapi oblikuju 4x4 klastere točaka kod 37,5 lpi na običnom papiru.....	108

Slika 66: Ilustracija veličina uz Murray - Daviesovu jednadžbu.....	110
Slika 67: Šum u slikovnom procesu .....	111
Slika 68: Izračunata radijalna raspodjela podpovršinski raspršenog svjetlosnog snopa ulaznih fotonskih paketa koji prodiru u površinu u točki (0,0) premazanog papira i modelirani profil Lorentzovom raspodjelom (koeficijent korelacije $R = 0,99212$ ) <sup>36</sup> .....	114
Slika 69: Površinska raspodjela izlaznih fotonskih paketa pokazuje približnu cilindričnu simetriju izračunatog podpovršinskog raspršenja svjetlosnog snopa .....	115
Slika 70: Usporedba Lorentzovog i Gaussovog profila s izmjerenim profilom. (R - koeficijent korelacije) <sup>36</sup> .....	116
Slika 71: Usporedba Gaussovog i Lorentzovog profila.....	117
Slika 72: Analizator slike (Personal Image Analysis System-IAS) .....	126
Slika 73: Prikaz mjernog ekrana.....	127
Slika 74: a) Primjer linije (debljine 1mm) otisnute na nepremazanom strukturiranom papiru (Navigator). Mjerno područje (ROI) je oivičeno zelenom crtom. b) Pripadajuća mjerena reflektancija usrednjena po mjernom području. ....	127
Slika 75: Usporedba izmjerenih i izračunatih profila refleksije s model (idealnim) profilom za linijski rasterski element. Nominalna širina linije je $d = 1$ mm, dok je izmjerena širina $d_m = 1,06$ mm.....	131
Slika 76: Detalj izračunatih krila profila (Lorentzov i Gaussov) i mjerenog profila. Usporedba pokazuje teorijski model $R_p T(x, y)$ profila koji se koristi u jednadžbama (32) i (34).....	132
Slika 77: Detalj ruba profila linije gdje je refleksija blizu 3% .....	133
Slika 78: Slike mjerene reflektancije linije s izvornom debljinom linije: $d = 1,0$ mm (a) i pravokutnog modela (b) profila. Rezultat konvolucije s našim PSF prikazan je na slici 44c). ....	134
Slika 79 : Usporedba modeliranih radijalnih raspodjela podpovršinskog raspršenog zračenja premazanog i nepremazanog papira (izračunate raspodjele u okviru Monte Carlo pristupa): a) izračunate raspodjele i b) normirane na istu maksimalnu (vršnu) vrijednost kako bi se omogućila usporedba parametara $w$ .....	136
Slika 80: Ovisnost parametra $w$ o debljini premaza .....	137
Slika 81: Utjecaj faktora asimetrije na parametar $w$ . Vidi se da se parametar smanjuje kako faktor asimetrije ide prema vrijednosti nula. ....	138
Slika 82: Ovisnost poluširine profila $w$ o valnoj duljini svjetlosti .....	139
Slika 83: Ovisnost parametra $w$ o promjeni koeficijenta apsorpcije s valnom duljinom .....	140
Slika 84: Ilustracija određivanja LSF pomoću derivacije profila ruba.....	141

Slika 85: Mjereni i izglađeni reflektancijski profil linije ( $d = 1\text{mm}$ ). U desnom uglu vidi se uvećani detalj reflektancije same linije.....	142
Slika 86: Izglađena mjerena reflektancija i njena pripadna derivacija .....	143
Slika 87: Usporedba derivacija mjerene $R_m$ i izglađene $R_s$ reflektancije. Vidi se da derivacija mjerene reflektancije posjeduje mnogo veći šum. ....	144
Slika 88: LSF dobivena derivacijom ruba i Lorentzov profil pokazuju zadovoljavajuće slaganje između dva profila. Za usporedbu, dodan je i Gaussov profil koji pokazuje izvjesno neslaganje s krilom profila. (koeficijent korelacije: $R_{\text{Lorentz}} = 0,98686$ ; $R_{\text{Gauss}} = 0,96996$ ) .....	144
Slika 89: LSF dobivena deriviranjem reflektancije desnog ruba. (koeficijent korelacije: $R_{\text{Lorentz}} = 0,97453$ ; $R_{\text{Gauss}} = 0,97122$ ) .....	145
Slika 90: Ilustracija definicije okomite i paralelne orijentacije otisnute linije .....	146
Slika 91: Usporedba reflektancijskih profila $R_{\perp}$ i $R_{\parallel}$ .....	146
Slika 92: Usporedba lijevih i desnih $LSF_{\perp}$ i $LSF_{\parallel}$ .....	147
Slika 93: Slika dijela reflektancijskog profila mjerene linije. Ovisnost reflektancije o udaljenosti naziva se funkcija razmazivanja ruba (ESF - edge spread function).....	150
Slika 94: MTF dobivena Fourierovom transformacijom lijeve $LSF_{\perp}$ .....	150
Slika 95: Ilustracija veličine $k_p$ i usporedba s parametrom $w$ lijeve $LSF_{\perp}$ . ( $k_p = 0,0952$ ; $w = 0,02247$ ) .....	151
Slika 96: Usporedba modulacijskih prijenosnih funkcija računatih za mjerene vrijednosti lijeve $LSF_{\perp}$ i Lorentzov i Gaussov fit lijeve $LSF_{\perp}$ .....	151
Slika 97: Usporedba modulacijskih prijenosnih funkcija računatih za mjerene vrijednosti lijeve $LSF_{\parallel}$ i Lorentzov i Gaussov fit lijeve $LSF_{\parallel}$ . ( $k_p = 0,133\text{ mm}$ ) .....	152
Slika 98: Usporedba paralelnih i okomitih $MTF_{\perp}$ i $MTF_{\parallel}$ .....	152
Slika 99: Ilustracija asimetrije mjerene LSF i pripadnog fita.....	158
Slika 100: Usporedba reflektancijskog profila otisnute linije debljine 1mm na Arcoprint 120g papiru i derivacije reflektancije po cijelom profilu linije. ....	167
Slika 101: Derivacija lijevog ruba i pripadni Lorentzov (koeficijent korelacije: $R = 0,97175$ ) i Gaussov fit ( $R = 0,96961$ ).....	171

## POPIS TABLICA:

Tablica 1: Podaci za jedan od naših premazanih "papira" koji se sastoji od pet komponenti: punila, mehaničke pulpe, kemijske pulpe, premaza (coatinga) i zraka. ....	103
Tablica 2: Numerički podaci za jedan od naših nepremazanih "papira" koji se sastoji od četiri komponente: punila, kemijske pulpe, keljiva (škrob) i zraka. ....	104
Tablica 3: Sustavi za digitalni tisak korišteni u istraživanjima .....	121
Tablica 4: Papiri koji su korišteni u istraživanju i njihove karakteristike .....	125
Tablica 5: Mjerene srednje vrijednosti nekih veličina promatrane linije .....	130
Tablica 6: Numeričke vrijednosti dobivenih rezultata usporedbe lijevih i desnih $LSF_{\perp}$ i $LSF_{\parallel}$ . $R_L$ i $R_G$ su koeficijenti korelacije za Lorentzov, odnosno Gaussov fit .....	147
Tablica 7: Rezultati AIC analize. ....	148
Tablica 8: Usporedne vrijednosti za tri navedena papira tiskana na INDIGO TURBOSTREAM 1000 EPRINT. Dimenzija oba parametra $w$ i $k_p$ je dana u milimetrima. ....	154
Tablica 9: Usporedne tablice računatih parametara za HEIDELBERG QUICKMASTER DI 46, INDIGO TURBOSTREAM, RISO RZ 970 E i XEROX DC 250, slika lijeve i desne LSF za INDIGO TURBOSTREAM. ....	156
Tablica 10: Računati parametri za EPSON STYLUS PHOTO R 2400 i pripadna slika lijeve i desne LSF. ....	157
Tablica 11: Ilustracija vrijednosti parametara korištenih u AIC analizi jednog od mjerenih profila. ....	170
Tablica 12: Vrijednosti dobivene AIC analizom za lijevi i desni rub ( $N$ = broj točaka) .....	172



## ŽIVOTOPIS

Katja Petric Maretić rođena je 1957. godine u Zagrebu. Osnovnu školu i gimnaziju završila je također u Zagrebu. Nakon mature upisala je studij Fizike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu te diplomirala na teorijskom smjeru Odjela za nuklearnu fiziku s diplomskim radom kod profesora Lea Šipsa.

Suosnivač je Zagrebačkog centra za poduku gdje je predavala fiziku za buduće studente tehničkih fakulteta. 1989. godine zaposlila se na Grafičkom fakultetu u Zagrebu u svojstvu asistenta na Katedri za fiziku u grafičkoj tehnologiji gdje i danas radi. Zajedno s kolegama s Katedre bavi se znanstvenim i stručnim radom s primjenom fizike na grafičku tehnologiju. 2008. godine upisala je Doktorski studij na Grafičkom fakultetu u Zagrebu.

### Popis radova

#### Poglavlja u knjizi

1. Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir.

Subsurface scattering and light transport in volumetric materials // Graphic arts : technology, design, communications : scientific book 2006 / Bolanča, Zdenka ; Mikota, Miroslav (ur.). Zagreb ; Senj ; Ljubljana : Faculty of Graphic Arts ; Matica hrvatska, Ogranak ; Pulps and Paper Institute, 2006. Str. 157-167.

2. Modrić, Damir; Petric Maretić, Katja.

The Theory of Experiment // Graphic arts : technology, design, communications : scientific book 2005 / Bolanča, Zdenka ; Mikota, Miroslav (ur.). Zagreb ; Senj ; Ljubljana : Faculty of Graphic Arts ; Matica hrvatska, Ogranak ; Pulps and Paper Institute, 2005. Str. 95-105.

#### Znanstveni radovi u drugim časopisima

1. Damir Modrić; Katja Petric Maretić; Marin Milković.

Modeling light dispersion in the printing substrate within the Monte Carlo method. // Tehnički vjesnik : znanstveno-stručni časopis tehničkih fakulteta Sveučilišta u Osijeku. 19 (2012) , 1; 77-81 (članak, znanstveni).

#### Znanstveni radovi u zbornicima skupova s međunar.rec.

1. Mikac Dadić, Višnja; Džimbeg-Malčić, Vesna; Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir.

Optical Examination of Paperboard Surfaces Exposed to Ageing at laboratory Conditions // 15th International Scientific Conference on Graphic Arts (Intergrafica 15) : Conference Proceedings / Lovreček, Mladen (ur.). Zagreb : Acta Graphica Publishers ; Faculty of Graphic Arts Zagreb, 1998. 176-185 (poster, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni).

## Drugi radovi u zbornicima skupova s recenzijom

1. Katja Petric Maretić, Neda Knežević, Damir Modrić, Damir Vusić.  
ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI PARAMETARA MODELA POVRŠINE TISKOVIH PODLOGA  
// / Schauerl, Zdravko ; Šolić, Sanja (ur.). Zagreb : HDMT Hrvatsko društvo za materijale i tribologiju, 2011. 375-380 (poster,domaća recenzija,objavljeni rad).

2. Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir.  
MOGUĆNOSTI PRIMJENE NEURALNIH MREŽA U OPTIMIZIRANJU PROCESA GRAFIČKE REPRODUKCIJE // Proceedings of 13th International conference of printing, design and graphic communication Blaž Baromić / Prof. PhD Zdenka Bolanča, editor(s). Zagreb : Zagreb: Faculty of Graphic Arts ; Ljubljana: Faculty of Natural Science and Engineering ; Senj: Matica hrvatska, Ogranak ; Ljubljana: Pulp and Paper Institut, 2009. / Prof. Zdenka Bolanča (ur.). Senj, Hrvatska, : Faculty of Graphic Arts ; Zagreb, 2009. 169-174 (međunarodna recenzija,objavljeni rad, stručni).

3. Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir.  
Teorija eksperimenta // 8. savjetovanje tiskarstva, dizajna i grafičkih komunikacija : zbornik radova / Bolanča, Zdenka ; Mikota, Miroslav (ur.). Zagreb : Grafički fakultet u Zagrebu ; Ogranak Matice hrvatske Senj, 2004. 233-238 (poster,domaća recenzija,objavljeni rad).

4. Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir.  
Kompjuterski generirani hologrami (CHG) kao elementi zaštitnog tiska // 7. znanstveno-stručni simpozij grafičara "Blaž Baromić" : zbornik radova / Bolanča, Zdenka (ur.). Zagreb : Grafički fakultet u Zagrebu ; Ogranak Matice hrvatske Senj, 2003. 165-170 (poster,domaća recenzija,objavljeni rad, stručni).

## Sažeci u zbornicima skupova

1. Petric Maretić, Katja; Majnarić, Igor; Modrić, Damir.  
ANALITIČKI OPIS RUBA RASTERSKOG ELEMENTA // 14th international conference on printing, design and graphic communications Blaž Baromić / Miroslav, Mikota (ur.). Zagreb : Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet: Ogranak Matice hrvatske Senj, 2010. 330-343 (poster,sažetak,znanstveni).

2. Petric Maretić, Katja; Modrić, Damir; Majnarić, Igor.  
MODELIRANJE POVRŠINE SUBSTRATA U OKVIRU MONTE CARLO METODE OPISA RASPRŠENJA ZRAČENJA U TISKOVNIM PODLOGAMA // Abstracts book MATRIB 2010 / Zdravko, Schauerl ; Mateja, Šnajdar (ur.). Zagreb : Croatian Society for Materials and Tribology, 2010. 289-296 (predavanje,međunarodna recenzija,sažetak, stručni).

## LITERATURA

- 
- <sup>1</sup> Peter G. Engeldrum, *Psychometric Scaling: A Toolkit for Imaging Systems Development*, Chapter 2, Imcotek Press, Winchester, MA, 2000, ISBN 0-9678706-0-7
- <sup>2</sup> Peter G. Engeldrum, A Theory of Image Quality: The Image Quality Circle, *Journal of Imaging Science and Technology*, **48**, (2004)
- <sup>3</sup> Robert R. Buckley "The History of Device Independent Color -- Ten Years Later" Tenth Color Imaging Conference: Color Science and Engineering Systems, Technologies, Applications, Scottsdale, Arizona; November 12, 2002; p. 41-46 (ISBN /ISSN: 0-89208-241-0).
- <sup>4</sup> Peter A. Crean and Robert Buckley, "Device Independent Color: Who Wants It?", *Recent Progress in Color Science*, 1997; p. 230-232; ISBN / ISSN: 0-89208-202-X.
- <sup>5</sup> Richard Brook and Gregory Arnold, "Applied Regression Analysis and Experimental Design", Marcel Dekker (April 25, 1985)
- <sup>6</sup> M.A. Kriss, "Image Structure", Chapter 21, p. 592-635 of "The Theory of the Photographic Process", 4th Edition, T.H. James, Ed., Eastman Kodak, Rochester, NY, 1977.
- <sup>7</sup> J.C. Dainty and R. Shaw, "Image Science", Academic Press, 1974.
- <sup>8</sup> Marchand, E. W.: Derivation of the Point Spread Function from the Line Spread Function. *J. Optic. Soc. America* **54**: 915-919, July 1964
- <sup>9</sup> Ingelstam, E.: Nomenclature for Fourier Transformers of Spread Functions, *J. Optic. Soc. America* **51**, 1441, (1961)
- <sup>10</sup> Kenneth R. Castleman. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, Toronto, 1996.
- <sup>11</sup> A. C. Bovik, T. S. Huang, and D. C. Munson. A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **31**(6):1342-1349, December 1983.
- <sup>12</sup> Cashwell E.D., C.J. Everett, "A Practical Manual on the Monte Carlo Method for Random Walk Problems," Pergamon Press, New York (1959).
- <sup>13</sup> Kalos, M.H., and P.A. Whitlock, "Monte Carlo Methods, I: Basics," John Wiley & Sons, Inc. (1986).
- <sup>14</sup> Albert, G. E. (1956). A general theory of stochastic estimates of the Neumann series for solution of certain Fredholm integral equations and related series, in M. A. Meyer (ed.), *Symposium on Monte Carlo Methods*, John Wiley & Sons, New York, pp. 37-46.
- <sup>15</sup> Hall, A. (1873) 'On an experimental determination of B', *Messeng. Math.*, 2, 113-114.
- <sup>16</sup> Kelvin, (1901) 'Nineteenth century clouds over the dynamical theory of heat and light', *Phil. Mag.*(6) 2, 1-40.
- <sup>17</sup> Student (1908) *Biometrika*, 6, 1.
- <sup>18</sup> N. Metropolis, S.Ulam, (1949) "The Monte Carlo Method," *J.Am.Stat.Assoc.* **44** N 247, p. 335 – 341, (1949)
- <sup>19</sup> Hayword, E., Hubbell, J. (1954) 'The albedo for various materials for 1-MeV photons', *Physics Review*, 93, 955-956.

- 
- <sup>20</sup>Wilson, R.R. (1951) 'The range and straggling of high energy electrons', *Physics Review*, 84, 100-103.
- <sup>21</sup>Wilson, B.C., Adam, G. (1983) 'A Monte Carlo model for the absorption and flux distributions of light in tissue', *Medical Physics*, 10, 824-830.
- <sup>22</sup>Bowker, J.K. (1962) 'Optical diffusion and the inherent resolution of photographic materials', *Journal of the Optical Society of America A*, 52, 1317.
- <sup>23</sup> Appel, A. (1968). Some techniques for shading machine renderings of solids, *AFIPS 1968 Spring Joint Computer Conference*, Vol. 32, pp. 37-45.
- <sup>24</sup> Whitted, T. (1980). An improved illumination model for shaded display, *Communications of the ACM* **32**(6): 343-349.
- <sup>25</sup> R. L. Cook, T. Porter, L. Carpenter, (1984). Distributed ray tracing, *Computer Graphics (SIGGRAPH 84 Proceedings)* **18**(3): 137-145.
- <sup>26</sup> J. T. Kajiya, (1986). The rendering equation, *Computer Graphics (SIGGRAPH 86 Proceedings)*, Vol. 20, pp. 143-150.
- <sup>27</sup> J. Arvo, D. Kirk, (1990). Particle transport and image synthesis, *Computer Graphics (SIGGRAPH 90 Proceedings)* **24**(4): 63-66.
- <sup>28</sup>Hammersley, J.M., Handscomb, D.C. (1964) Monte Carlo methods. Methuen & Co Ltd, London.
- <sup>29</sup> E.D. Cashwell, C.J. Everett, "A Practical Manual on the Monte Carlo Method for Random Walk Problems," Pergamon Press, New York (1959)
- <sup>30</sup> I.M. Sobol', *A Primer for the Monte Carlo Method*, Mir Publishers, Moskva (1975)
- <sup>31</sup>Lux, I., and L. Koblinger, "Monte Carlo Particle Transport Methods: Neutron and Photon Calculations," CRC Press (1991).
- <sup>32</sup> L.-H. Wang, S. L. Jacques, and L.-Q. Zheng, "Monte Carlo modeling of photon transport in multi-layered tissues," *Computer Methods and Programs in Biomedicine* **47**, 131-146 (1995).
- <sup>33</sup> S. L. Jacques and L.-H. Wang, "Monte Carlo modeling of light transport in tissues," in *Optical Thermal Response of Laser Irradiated Tissue*, edited by A. J. Welch and M. J. C. van Gemert (Plenum Press, New York, 1995), pp. 73-100.
- <sup>34</sup>NDT Resource Center, "Introduction to Radiographic Testing", <http://www.ndt-ed.org>.
- <sup>35</sup>IAEA, 1992, "Industrial Radiography, Training Course Series No. 3", International Atomic Energy Agency, Vienna.
- <sup>36</sup> D.Modrić: Raspršenje i transport svjetlosti u tiskovnim podlogama, PhD thesis, University of Zagreb, (2007)
- <sup>37</sup>Kubelka P. and Munk F. (1931), Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche, *Z.Tech.Phys.*, 11a, pp 593-601.
- <sup>38</sup>Prahl S.A., Keijzer M., Jacques S.L. and Welch A.J. (1989): A Monte Carlo Model of Light Propagation in Tissue, *Dosimetry of Laser Radiation in Medicine and Biology*, SPIE Institute Series, IS 5, pp 102-111
- <sup>39</sup> Carter L. L., Cashwell E.D., *Particle-Transport Simulation with the Monte Carlo Method*. USERDA Technical Information Center, Oak Ridge, 1975.

- 
- <sup>40</sup> Henyey L., Greenstein J. (1941). Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysics Journal* 93, 70–83.
- <sup>41</sup> A. Ishimaru, (1997). *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, 2nd ed., vol. 1. IEEE Press, New York.
- <sup>42</sup> Jacques, S. L., L. Wong, A. H. Hielscher: *Time-Resolved Photon Propagation in Tissues*, Optical-Thermal Response of Laser Irradiated Tissue. Ed. Welch, A. J., and Martin J.C. van Gemert. New York: Plenum Press, 1995.
- <sup>43</sup> Banham M. R. & Katsaggelos A. K.. Digital image restoration. *IEEE Signal Process. Mag.*, 14(2): 24–41, 1997.
- <sup>44</sup> Katsaggelos A. K., editor. *Digital Image Restoration*. Springer Verlag, New York, 1991.
- <sup>45</sup> Kundur D. & Hatzinakos D.. Blind image deconvolution: an algorithmic approach to practical image restoration. *IEEE Signal Process. Mag.*, 13(3):43–64, 1996
- <sup>46</sup> Yang L. & Kruse B., “Scattering and Absorption of Light in Turbid Media”, *IARIGAI’ 99* (IARIGAI, Munich, Germany, 1999).
- <sup>47</sup> Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods & Steven L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*, (2004) Pearson Prentice-Hall, ISBN 0-13-008519-7
- <sup>48</sup> Modrić D., Beuc R. & Bolanča S.: Monte Carlo Modeling of Light Scattering in Paper, *J. Imag Sci Tech*, 53(2): 020201–020201-8, (2009).
- <sup>49</sup> Gunn S. R.. On the discrete representation of the Laplacian of Gaussian. *Pattern Recognit.*, 32: 1463–1472, 1999.
- <sup>50</sup> J.W. Cooley, J.W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, *Math. Comput.* 19, 297–301 (1965)
- <sup>51</sup> <http://cns-alumni.bu.edu/~slehar/fourier/fourier.html> (slike koje ilustriraju Fourier transform preuzete su iz ovog rada)
- <sup>52</sup> T.H. James, *The Theory of the Photographic Process*, 4th ed, Ch. 21, MacMillan, 1977.
- <sup>53</sup> <http://www.shunya.net/Pictures/Animals/Zebra.htm> (slike zebra skinute s su sa ove stranice)
- <sup>54</sup> O.Carson, Supplementary lecture notes, Rochester Institute of Technology, p. 5-7 (1977)
- <sup>55</sup> Katznelson, Yitzhak (1976), *An introduction to Harmonic Analysis*, Dover, ISBN 0-486-63331-4
- <sup>56</sup> Weisstein, Eric W., "Convolution Theorem" from MathWorld.
- <sup>57</sup> Bohren C.F., Huffman D. R., *Absorption and Scattering of Light By Small Particles*, John Wiley, New York, (1983).
- <sup>58</sup> Pratt W. K., *Digital Image Processing*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.(2007)
- <sup>59</sup> Modrić D., Petric Maretić K. and Hladnik A. (2012): *Modelling spatial reflection from an uncoated printing paper using Monte Carlo simulation*, prihvaćeno za objavu u *Nordic Pulp & Paper research journal*
- <sup>60</sup> Alava M. and Niskanen K (2006): The physics of paper, *Rep. Prog. Phys.* 69 pp 669–723
- <sup>61</sup> Mark R. E. (ed.) (1984): *Handbook of Physical Testing of Paper*, Marcel Dekker, Inc..
- <sup>62</sup> van der Reyden D., Baker M. and Mosier E. (1993): Pigment-coated papers I & II: history and technology; Triennial meeting (10th), Washington, DC, pp 22-27.

- 
- <sup>63</sup>Dyer T. J. (2004): Elucidating the Formation and Chemistry of Chromophores during Kraft Pulping, PhD thesis, Institute of Paper Science and Technology; Atlanta, Georgia
- <sup>64</sup>Ek M., Gellerstedt G., Henriksson G. (ed.) (2009): Pulp and Paper Chemistry and Technology – Vol. 3: Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin;
- <sup>65</sup>Atkinson K.E. (1997): The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind (Cambridge University Press, Cambridge).
- <sup>66</sup>Veach E.: Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation. PhD thesis, Stanford University, (1997)
- <sup>67</sup>Wyble D.R., Berns R.S.: A critical review of spectral models applied to binary color printing. *Col Res Appl*, **25**, 159. (2000)
- <sup>68</sup>Arney J.S., Arney C.D., Engeldrum P.G.: Modeling the Yule–Nielsen halftone effect. *J Imag Sci Tech*, **40**, 233–238. (1996)
- <sup>69</sup>Rogers G.L.: The effect of light scatter on halftone color. *J. Opt Soc Am A*, **15**, 1813–1821. (1998)
- <sup>70</sup>Wyble D.R., Berns R.S.: A critical review of spectral models applied to binary color printing. *Col Res Appl*, **25**, 159. (2000)
- <sup>71</sup>Arney J.S., Arney C.D., Katsube M.: An MTF analysis of papers, *J Imag Sci Tech*, **40**, 19 –25. (1996)
- <sup>72</sup>Schuster A., (1905) *Radiation Trough a Foggy Atmosphere*, *ASTrophys.J.* 21(1905), pp1-22. (Reprinted in D.H.Menzel, *Selected Papers on the Transfer of Radiation*, Dover, New York, 1966)
- <sup>73</sup>Yule J.A.C. and Nielsen W.J., *The penetration of light into paper and its effect on halftone reproduction*, *Tech. Assoc. Graphic Proc.***3** (1951), 65–67.
- <sup>74</sup>V.Džimbeg Malčić, PhD thesis, University of Zagreb, (2005)
- <sup>75</sup>A. Murray, *Monochrome reproduction in photoengraving*, J. Franklin Institute (Philadelphia) **221** (1936), 721.
- <sup>76</sup>F.R. Clapper and J.A.C. Yule, *The effect of multiple internal reflections on the densities of halftone print on paper*, *J. Opt. Soc.Am.* **43** (1953), 600–603.
- <sup>77</sup>Yule J.A.C., Howe D.J., Altman J.H., The effect of the spread function of paper on halftone reproduction, *TAPPI Journal*, Vol. 50, No. 7, 337-344, (1967)
- <sup>78</sup>Fischer G., Rodriguez-Giles J., Scheuter K. R.: Ein physikalisches Modell für die Beschreibung von Lichtstreuungsprozessen. *Die Farbe*, **30**(1/6):199–220, 1982.
- <sup>79</sup>Rogers G.L.: *Optical Dot Gain: Lateral Scattering Probabilities*. Reiner Eschbach, (ed.), *Recent Progress in Digital Halftoning II*, chapter V, pages 495–500. IS&T, (1999).
- <sup>80</sup>Yang L., Gooran S., Kruse B., *Simulation of Optical Dot Gain in Multichromatic Tone Reproduction*. *J Imag Sci Tech*, **45**(2):198–204, (2001).
- <sup>81</sup>Shinichi I., Norimichi T., Yoichi M., *Analyzing CTF of Print by MTF of Paper*. *J Imag Sci Tech* **42**(6):572–576, (1998).
- <sup>82</sup>Rogers G. L., *Optical Dot Gain in a Halftone Print*. *J Imag Sci Tech*, **41**(6):643–656,(1997).
- <sup>83</sup>Engeldrum P.G., Pridham B., *Application of Turbid Medium Theory to Paper Spread Function Measurements*, *Proc. TAGA Proc.*, Vol. 47, 339-352 (1995)

- 
- <sup>84</sup> Gustavson S., Color Gamut of Halftone Reproduction, *Journal of Imaging Science and Technology*, Vol. 41, No. 3, 283-290 (1997)
- <sup>85</sup> Clapper F.R., Yule J.A.C., The effect of multiple internal reflections on the densities of halftone prints on paper, *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 43, 600-603 (1953)
- <sup>86</sup> Kotera H.; Image Processing and printing Methods, Proceedings of IS&T's Eleventh International Congress on advances in Non-Impact Printing Technologies, Hilton Head, CS, USA, 12-15, 1995
- <sup>87</sup> G. Goldmann; The World of Printers, Océ Printing Systems GmbH, Dusseldorf 2004
- <sup>88</sup> C. Williams, Printing Inks, Digital Demand, The Journal of Printing and Publishing Technology 6(1), 40-47, Pira International, Surrey 2001
- <sup>89</sup> Walenski W.; Der Offsetdruck eine Einführung in Theorie und Praxis, Dumont Buchverlag Köln, 84 - 88, 1991.
- <sup>90</sup> S. Bolanča, I. Majnarić, S. Pigac; Scientific book: Digital Printing with Increased Ink Layers, Graphic Arts Technology, Design, Communications, Ed. Z. Bolanča, M. Mikota, 131- 142, Zagreb 2005
- <sup>91</sup> C. Suzuki, M. Takagi, S. Inoue: Toner Characteristics and Xero Interactive Performance of EA Particles with Specific External Additives, IS&T NIP 19, International Conference on Digital Printing Technologies, New Orleans, Louisiana, 134-137, 2003.
- <sup>92</sup> I. Majnarić, S. Bolanča, K. Golubović; The Influence of ElectriInk Pigmentation on the Quality of Indirect Digital Printing, Proceedings of 11<sup>th</sup> International Conference on Printing, Design and Graphic Communications, 85-89, Croatia, Zadar 2007.
- <sup>93</sup> Nilsson J.; Application of Micro Drops, Report 6 1993, Department of Electrical Measurements, Lund Institute of Technology, Lund, Schweden, 1993.
- <sup>94</sup> J. R. Larson, G. A. Gipson, P. S. Schmidt; Liquid Toner Materials, Handbook of Imaging Materials 2nd edition, (Ed) A.D. Diamond and D. S. Weiss, 239-264, 2002.
- <sup>95</sup> J. Raymond Edinger, Jr., "The Image Analyzer—A Tool for the Evaluation of Electrophotographic Text Quality", *Journal of Imaging Science*, V 31, #4, July/August, 1987
- <sup>96</sup> Yasuhiko Tanaka and Takao Abe, "Quantitative Analysis of Print Quality Features", *Journal of Imaging Technology*, Vol.13, No.6, December (1987).
- <sup>97</sup> Ming-Kai Tse, et al., "Use of An Automated Print Quality Evaluation System as a Failure Analysis Tool in EP", IS&T NIP21 (1995).
- <sup>98</sup> PIAS™-II, A Second Generation Portable Image Analysis System. [www.qea.com](http://www.qea.com) or [info@qea.com](mailto:info@qea.com)
- <sup>99</sup> J.C. Briggs, M.K. Tse: Objective Print Quality Analysis and The Portable Personal IAS® Image Analysis System, *Journal of the Imaging Society of Japan*, 158, 99-107 (2005)
- <sup>100</sup> <http://www.qea.com/upload/files/products/2005%20JISJ%20Objective%20PQ%20and%20PIAS.pdf>
- <sup>101</sup> Ruckdeschel F.R., Hauser O.G., Yule-Nielsen in printing: a physical analysis, *Applied Optics*, Vol. 17, **21**, 3376-3383 (1978)
- <sup>102</sup> Emmel P., Hersch R.D., A unified model for color prediction of halftoned prints, *J Imag Sci Tech*, **44**, 351, (2000)

- 
- <sup>103</sup> Rogers G.L.: Optical dot gain: Lateral scattering probabilities, *J Imag Sci Tech*, **43**, 341. (1998)
- <sup>104</sup> Djouguela A. *et al*, *Phys. Med. Biol.***54**, 2807 (2009)
- <sup>105</sup> M.E.Rabedeau, *J. Opt. Soc. Am.* **59**,1309 (1969)
- <sup>106</sup> B.Tatian, *Opt. Soc. Am.* **61**, 1223 (1971)
- <sup>107</sup> Dainty & Shaw, "Image Science", Table I, p. 258, Academic Press, NY, 1974.
- <sup>108</sup> Robinson, D. H., H. Wainer. On the past and future of null hypothesis significance testing; *Journal of Wildlife Management* **66** :263-271. (2002)
- <sup>109</sup> Anderson, D. R., K. P. Burnham, G. C. White. AIC model selection in overdispersed capture-recapture data. *Ecology* **75** :1780-1793 (1994)
- <sup>110</sup> Guthery, F. S., J. J. Lusk, M. J. Peterson. The fall of the null hypothesis: liabilities and opportunities. *Journal of Wildlife Management* **65** :379-384. (2001)
- <sup>111</sup> Burnham, K. P., and D. R. Anderson. *Model Selection and Multimodel Inference: a practical information-theoretic approach*, 2nd edition. Springer-Verlag, New York. (2002)
- <sup>112</sup> Chamberlin, T. C. The method of multiple working hypotheses. *Science* **148** :754-759. (reprint of 1890 paper in *Science* **15** :92) (1965)
- <sup>113</sup> Kullback, S., and R. A. Leibler. On information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics* **22** :79-86. (1951)
- <sup>114</sup> Akaike, Hirotugu: "A new look at the statistical model identification". *IEEE Transactions on Automatic Control***19** (6): 716–723. (1974)
- <sup>115</sup> Glatting G, Kletting P, Reske S.N, Hohl K, Ring C: Choosing the optimal fit function: Comparison of the Akaike information criterion and the F-test. *Med. Phys.* 34 (11): 4285-92, (2007)
- <sup>116</sup> Kletting P, Glatting G: Model selection for time-activity curves: The corrected Akaike information criterion and the F-test *Z. Med. Phys.* 19: 200-206, (2009)