

Pravila simetrije u matematici i dizajnu

Fotak, Josipa

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Graphic Arts / Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:216:013595>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-11**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Graphic Arts Repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GRAFIČKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

Josipa Fotak



Sveučilište u Zagrebu
Grafički fakultet

Smjer: Tehničko – tehnološki

ZAVRŠNI RAD

Pravila simetrije u matematici i dizajnu

Mentor:

dr. sc. Budimir Ivan

Student:

Josipa Fotak

Zagreb, 2016

Rješenje o odobrenju teme završnog rada

SAŽETAK

U ovom završnom radu dan je odgovor na pitanje koja dizajnerska rješenja obzirom na pravila simetrije korisnici grafičkih proizvoda različitih dobnih skupina i različitih pogleda na svijet preferiraju više od drugih. Eksperimentalni dio rada se sastojao od dva dijela: dizajna originalnih testnih uzoraka kao različitih fotografija za vizualnu evaluaciju kvalitete tri vrste simetrija (rotacija, translacija te zrcalna simetrija) te vizualnog eksperimenta u kojem su sudjelovala 52 ispitanika. Neke testne fotografije su potpuno simetrične dok druge više ili manje odstupaju od zakona simetrije. Ispitanici su rangirali testne uzorke prema Likertovoj skali kako bi se utvrdilo koji oblik dizajna im se više sviđa. Mjera vizualne kvalitete pojedinog dizajna definirana je kao aritmetička sredina rangova svih ispitanika za svaki uzorak. Pomoću Friedmannove ANOVE utvrđeno je postojanje statistički značajnih razlika među aritmetičkim sredinama rangova ($p < 0,05$) kod svih vrsta simetrija. Wilcoxonovim testovima su identificirani oni parovi uzoraka čije aritmetičke sredine se međusobno razlikuju ($p < 0,05$). Rezultati istraživanja jasno pokazuju da korisnici više preferiraju simetrične strukture kod sve tri vrste simetrija. Zahvaljujući dizajnu, matematičko područje simetrije pronalazi svoju primjenu i u grafičkoj tehnologiji.

Ključne riječi:

Simetrija, grafički dizajn, vizualna kvaliteta, Friedmannova ANOVA

ABSTRACT

This bachelor's thesis presents and answers the question which graphic solution respondents with different beliefs and ages prefer. The experimental part of the thesis has two parts: design of original test patterns as different photographs for visual evaluation of three types of symmetry (rotation, translation and mirror symmetry) and visual experiment in which 52 respondents participated. Some of the test photographs are completely symmetrical while some of them deviate more or less from the symmetry. The participants evaluated the test patterns based on Likert's scale in order to determine which pattern they prefer. The measure of visual quality of each design is defined as an arithmetic mean of ranges for each pattern of all respondents. Wilcoxon's tests determined the pairs of patterns whose arithmetic means different from each other ($p < 0,05$). Friedmann's ANOVA determined the existence of statistically significant differences between arithmetical means of ranges ($p < 0,05$). The results of research clearly indicate that respondents prefer the symmetrical patterns in all three types of symmetry. With the help of design, the mathematical symmetry finds the application in the graphic industry too.

Key words:

Symmetry, graphic design, visual quality, Friedmann ANOVA

Sadržaj

1	Uvod.....	1
2	TEORIJSKI DIO.....	3
2.1	Što je simetrija?.....	3
2.2	Povijest simetrije.....	5
2.3	Simetrija, malo odstupanje, veliko odstupanje te asimetrija.....	8
2.4	Simetrija u prirodi i dizajnu	9
3	EKSPERIMENTALNI DIO	10
3.1	Alati koji su korišteni prilikom provedbe eksperimenta	10
3.2	Vizualni eksperiment	10
3.3	Dizajn uzoraka	12
4	REZULTATI I RASPRAVA.....	18
4.1	Rezultati eksperimenta	18
4.2	Statistička analiza.....	20
4.2.1	Evaluacija vizualne kvalitete simetrije rotacije	21
4.2.2	Evaluacija vizualne kvalitete simetrije translacije.....	24
4.2.3	Evaluacija vizualne kvalitete zrcalne simetrije.....	27
5	ZAKLJUČAK.....	31
6	LITERATURA	32
6.1	Popis formula	32
6.2	Popis fotografija	32
6.3	Popis tablica	34

1 Uvod

O simetriji se učilo u školi, crtale su se osno simetrične slike obzirom na neki pravac, što je u stvari bila primjena simetrije koju opažamo svugdje oko nas. Tako, primjerice simetriju možemo opaziti u lokvama na ulici kada nakon kiše vidimo odraze kuća, tramvaja (slika 1.). Pahuljice snijega kad se povećaju pod mikroskopom oblikovane su simetrično i još je mnogo drugih primjera simetrije.



Slika 1: Prikaz zrcalne simetrije

(preuzeto sa: <http://www.creativeboom.com/inspiration/beautifully-reflective-puddle-photographs-that-capture-lisbon-in-perfect-symmetry/>)

Simetrija je predmet proučavanja matematike te ima i važne primjene u raznim dijelovima matematike. U matematici pojam simetrije označava preslikavanje figure u ravnini ili prostoru koji ne mijenja izgled figure [1]. Simetrija pronalazi brojne primjene i u mnogim područjima izvan matematike a posebno u arhitekturi i umjetnosti. U radu su dane precizne definicije različitih vrsta simetrija a to su rotacija, translacija i zrcalna simetrija te je opisana njihova primjena u grafičkom dizajnu.

Naime, pravila kompozicije definiraju odnos dijelova cjeline jednih u odnosu na druge kao i samih dijelova naspram cjeline. Pri tom se definira forma određenog grafičkog dizajna. Upravo putem kvalitetne forme grafički dizajner pokušava uspostaviti vizualnu

komunikaciju sa promatračem kojemu je to namijenjeno. Tu pomažu načela simetrije koja su jedno je od osnovnih, najčešće korištenih načela dobre kompozicije, na kojemu se temelje oblici u svim vrstama vizualnog izražavanja pa tako i u grafičkom dizajnu.

Na taj način načela simetrije pomažu prilikom slaganja kvalitetne kompozicije te tako nastaju fantastična dizajnerska djela koja se promatračima sviđaju. Glavni cilj svakog grafičkog dizajnera je privući pažnju gledatelja na svoj rad. Ukoliko je dizajner postigao da njegovo djelo bude primijećeno postigao je svoj cilj a njegovo djelo je samim tim i cjenjenije.

Cilj rada je evaluacija pravila simetrije po principu eksperimenta. Sam eksperiment se provodio tako da se pripremio ispitni uzorak koji se sastoji od nekolicine fotografija čiji su elementi posloženi po tri principa simetrije (zrcalna, rotacija, translacija). Nakon pripreme uzoraka koji su osim fotografija sadržavali i pitanja proveo se vizualni eksperiment iz kojeg su se dobiveni podaci analizirali statističkim pristupom. Na kraju su precizne statističke analize dale odgovor kakva se kompozicija, čovjeku ovoga doba, više sviđa. Na taj način matematičari i grafički dizajneri trebaju surađivati kako bi se na kvalitetan način implementirala načela simetrije.

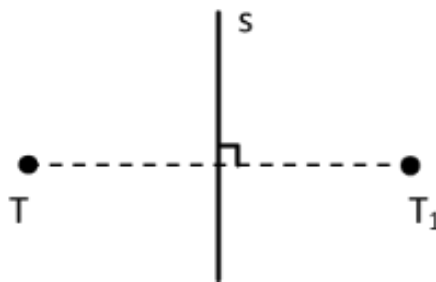
2 TEORIJSKI DIO

2.1 Što je simetrija?

Pojam simetrije se veže uz sisteme i strukture, zbog čega simetrije ima više različitih značenja. Etimološki, simetrija potječe od grčke riječi *συμμετρία* (symmetria) koja označava slaganje razmjera. Načinjena je spajanjem dviju riječi, prefiksa *συμ* (sym) što znači zajedni i riječi *μετρία* (metros) koja označava prikladnu mjeru.

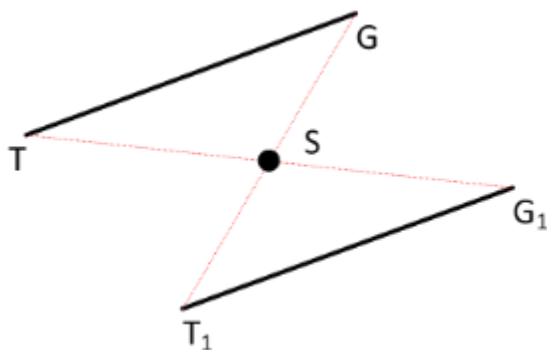
U matematici je simetrija opisana preciznim definicijama. Simetrija je preslikavanje figure u ravnini ili prostoru koje ne mijenja izgled figure. U skladu s prethodnom definicijom, geometrijske figure mogu biti simetrične ili asimetrične. Matematičari razlikuju različite vrste simetrija, poput osne simetrije ili zrcalne simetrije, te centralnu simetriju koja obuhvaća translaciju i rotaciju.

Def 1. Osna se simetrija u ravnini definira kao preslikavanje koje preslikava točku Z u točku T_1 , ako postoji pravac s koji je okomit na dužinu $\overline{TT_1}$ i koji dijeli istu dužinu na dva jednaka dijela. Figura je osno simetrična ako postoji osna simetrija koja preslikava polovicu figure u drugu polovicu. Osna se simetrija naziva i refleksijom ili zrcalnom refleksijom (slika 2.) [1].



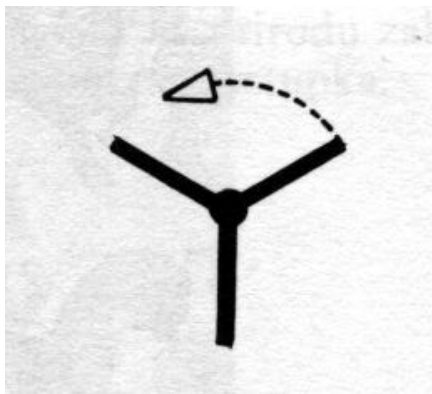
Slika 2: Prikaz osne simetrije
(preuzeto sa: <http://matematika.odlican.net/files/osnasimetrija.png>)

Def 2. Centralna simetrija (slika 3.) ravnine preslikava točku T u točku T_1 ako postoji točka S koja dijeli dužinu $\overline{TT_1}$ na dvije dužine jednakih duljina. Precizno $|\overline{TS}| = |\overline{ST_1}|$. Točka S naziva se centrom simetrije. Figura je centralno simetrična ako postoji točka S obzirom na koju preslikavanje centralne simetrije preslikava tu figuru u samu sebe [1].



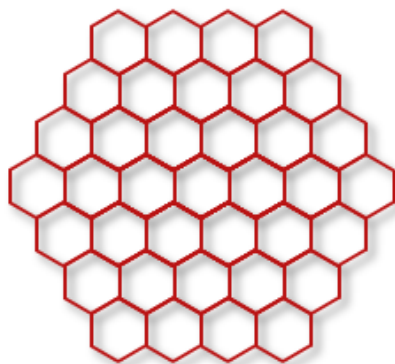
Slika 3 Prikaz centralne simetrije
(preuzeto sa: <http://matematika.odlican.net/index.php?iz=3-56-0>)

Def 3. Najčešći je oblik centralne simetrije rotacija (slika 4.). Figura je rotacijski simetrična ako postoji točka S oko koje se figura rotira i kut α za koji se rotira, tako da se na kraju figura preslika u samu sebe [1].



Slika 4 Prikaz simetrije rotacije
(preuzeto sa: <http://195.29.243.219/avangarda-msp/pojmovnik/simetrije.htm>)

Def 4. Preslikavanje koje se naziva translacijom (slika 5.) određeno je zadanim vektorom \vec{t} . Ako translacija za vektor \vec{t} pridružuje točki A neku drugu točku B, tada je $\overrightarrow{AB} = \vec{t}$. Dizajn sadrži translacijsku simetriju ako postoji figura koja se pravilno ponavlja u određenim razmacima [1].



Slika 5 Prikaz simetrije translacije
(preuzeto sa: <http://195.29.243.219/avangarda-msp/pojmovnik/simetrije.htm>)

2.2 Povijest simetrije

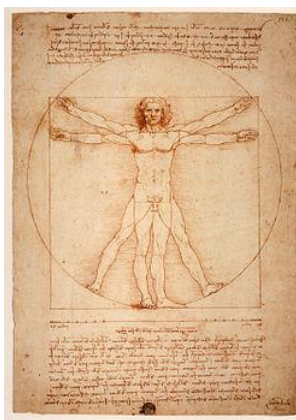
Simetrija je važno pravilo koja se primjenjuje još od davnina, kako u matematici tako i u umjetnosti. U nastavku su dani izabrani primjeri primjene simetrije u umjetnosti.

Nailazimo na poveznicu između matematike i umjetnosti u antičkoj Grčkoj. Antički umjetnici koriste geometriju kako bi postigli što veći sklad i proporcije unutar umjetničkog djela. Tako Poliklet u svojoj teoretskoj raspravi daje mjere za skladnu kompoziciju idealnih proporcija te je jedan od njegovih zakona bio je da u savršeno tijelo glava treba stati 7 puta. Konkretni primjer tog zakona nalazimo u skulpturi „*Dorifora*“, tj. poznatijeg pod nazivom „*Kopljonoša*“ (slika 6.). Na taj su se način izrađivala djela koja su svojim izgledom privlačila pozornost.



Slika 6 skulptura „Kopljonoša“ iz antičke grčke
(preuzeto sa: <http://nova-akropola.com/lijepe-umjetnosti/kiparstvo/polikletov-kanon/>)

U renesansom razdoblju, ljudi nastoje nasljedovati antičke uzore te prate načela koja su tada zapažena. Tako renesansni umjetnik Leonardo da Vinci osim što studira slikarstvo studira i matematiku. Uz to upustio se u istraživanje ljudskog tijela te je dobivene rezultate usporedio s antičkom teorijom o proporcijama koje sadržava u traktu o arhitekturi antičkog Rimskog arhitekta Vitruvija. Da Vincijevo najpoznatije tumačenje Vitruvijeva djela jest crtež „Vitruvijev čovjek“ (slika 7.) koji prikazuje novo znanje o proporcijama, simetriji te primjeni istih.



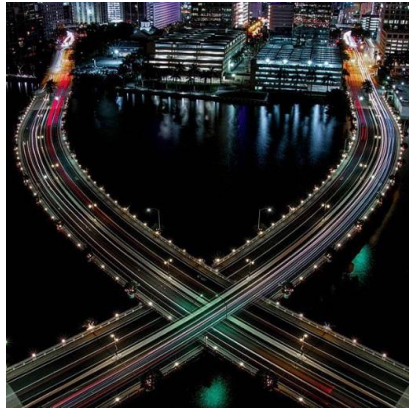
Slika 7 Leonardo da Vinci crtež „Vitruvijev čovjek“
(preuzeto sa:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/1/11/Uomo_Vitruviano.jpg/250px-Uomo_Vitruviano.jpg)

Suvremena umjetnost također sadržava načela simetrije. Poznati španjolski slikar i grafičar José Victoriano González, poznat pod pseudonimom Juan Gris, pripadnik prve generacije kubizma, zaslužan je za nov način definiranja kompozicije gdje naglasak stavlja na matematičke pravilnosti. Njegove su kompozicije temeljene na različitim vrstama simetrije. Njegovo djelo „Žena koja nosi košaru“ (slika 8.) je po dijagonali podijeljeno na dva dijela koja su međusobno potpuno simetrična. Iz njegovih se djela zaključuje da je González uspio tradicionalna načela simetrije oblikovati na nov način.



Slika 8 Juan Gris „Žena koja nosi košaru“
(preuzeto sa: <http://www.juangris.org/>)

U današnje vrijeme simetrija se primjenjuje u raznim društvenim mrežama te brojnim aplikacijama današnjeg doba. Tako neke od aplikacija na mobilnim uređajima poput „*Symmetrical*“, „*CraZe*“ nude ljudima obrađivanje fotografije, stvaranje potpuno novih ilustracija koje su simetrične. Društvene mreže poput „*Instagrama*“ može uz pomoć brojnih filtera koje nudi naglasiti određene elemente na fotografiji, tako i simetriju (slika 9.). Uz to brojni računalni programi sadrže opcije u kojima se može postići simetrija u nekom grafičkom dizajnu.

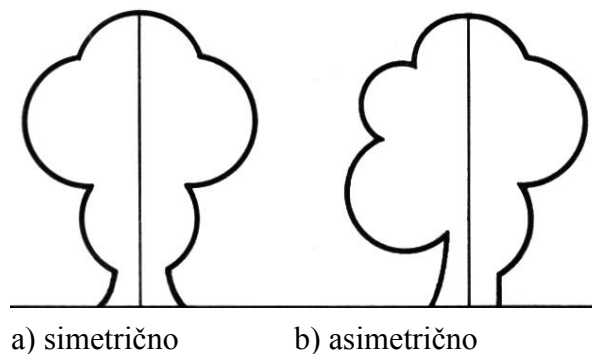


Slika 9 Prikaz dvije prometnice koje se sijeku te na taj način tvore simetričan oblika (preuzeto sa: <http://www.agent.hr/stipan/10-dizajn/inspiracije/5-simetrija>)

2.3 Simetrija, malo odstupanje, veliko odstupanje te asimetrija

Kako pojam simetrije označava sklad, suprotno od toga je asimetrija u kojem se osnovni dio lika ne podudara sa reflektiranim preko neke osi simetrije ili točke. Obzirom na odstupanje kompozicije od osnove možemo razlikovati mala odstupanja, velika odstupanja te asimetriju.

Def 5. Asimetrija (slika 10.) nije preslikavanje figure u ravnini ili prostoru koje ne mijenja izgled figure. Obzirom na odstupanje kompozicije od osnove možemo razlikovati mala odstupanja, velika odstupanja te asimetriju [1].



Slika 10 Ilustracija koja prikazuje a) simetričnost i b) asimetričnost (preuzeto sa: <http://www.wikiwand.com/sh/Simetrija>)

2.4 Simetrija u prirodi i dizajnu

Simetrija je jedno od osnovnih načela građenja u prirodi (građa organizama), ali i važno sredstvo kreativnog izražavanja u dizajnu. Zbog svoje estetske snage, čistoće i jednostavnosti načelo simetričnosti je često iskoristivo u kompoziciji slike [2]. Simetrija može biti uočena u prirodi i iskorištena kao likovna vrijednost slike. Najbolji primjer iz prirode su pahulje snijega (slika 11.). Iz više kutova gledanja možemo imati i više simetrija na pahulji. Tako se kombiniraju translacija, rotacija te zrcalna simetrija. Simetrija uvijek pojednostavljuje sliku. Može ju i ukočiti pa valja biti pažljiv u korištenju tog načela.



Slika 11 Fotografija pahulje snijega
(preuzeto sa: <http://likovna-kultura.ufzg.unizg.hr/jedinice.07.htm>)

Grafički se dizajn kao umjetnička disciplina bavi procesom koji ostvaruje vizualnu komunikaciju sa korisnicima koji gledaju to vizualno rješenje te im se prenosi određena poruka [3]. Uz to koristi se za definiranje identiteta (razni logotipi, populariziranje proizvoda), vizualno oblikovanje akcidencija, časopisa, plakata, knjiga, reklama, ambalaže i još mnogo drugih proizvoda.

3 EKSPERIMENTALNI DIO

Eksperimentalni dio sastojao se od dva dijela: originalnog dizajniranja testnih fotografija te vizualnog eksperimenta koji je proveden nad ispitanicima.

3.1 Alati koji su korišteni prilikom provedbe eksperimenta

Prilikom provedbe eksperimenta najprije su se pripremili uzorci, fotografije uz pomoć kojih se provodio eksperiment. Fotografije sadrže crnu podlogu na kojima su kvadratići postavljeni u različitim smjerovima po načelima simetrije. Kvadratići su izrezani iz žutog kolaž papira visine i širine 1x1cm. Kvadratići su poslagani na papir po principu koja se simetrija htjela kroz tu skupinu fotografija promatrati (rotacija, translacija i zrcaljenje). Nakon toga postavila se rasvjeta najprikladnija za fotografiranje i uz pomoć kamere od 13MP koja se postavila 20 cm od motiva su se načinile fotografije. Sve fotografije su digitalno obrađene, na istu širinu i visinu, kako veličina fotografije i sami elementi ne bi utjecali na ocjenjivanje estetike ljepote istih te na taj način ne bi naškodile eksperimentu.

3.2 Vizualni eksperiment

Pri izradi ankete korišten je *Google obrazac* koji nudi izradu pitanja, postavljanje fotografija te prikupljanje podataka putem interneta, koji je pojednostavio proces propitivanja ispitanika i smanjila mogućnost miješanja podataka.

Anketa se sastojala od pet dijelova. U 1. su dijelu ispitanici dobili informacije o samoj anketi o čemu služi i zbog čega se provodi. U drugom su dijelu bila pitanja postavljena o informacijama o ispitaniku, a to su:

1. Informacije o spolu
2. Informacije i godini rođenja
3. Informacije o socijalnom statusu
4. Preferira li ispitanik više red od nereda
5. Što je simetrija?
6. Preferira li ispitanik simetriju u svakodnevnom životu

U trećem dijelu je bilo zadano da ispitanici na temelju vlastitog osjećaja ljepote rangiraju prvu skupinu fotografija, kojima je zajednička bila simetrija rotacije. Tako u četvrtom dijelu su isto morali rangirati skupinu fotografija kojima je bila zajednička simetrija translacije isto kao i u petom dijelu u kojoj su fotografije dijelile zrcalnu simetriju. Nakon što su postavljene fotografije dane ispitanicima, oni su ih ocjenili po Likertovoj skali od 1 do 4, estetske vrijednosti po vlastitom izboru.

Likertova je skala [4] psihometrijska skala kojom se pokušava doznati stupanj slaganja, tj. neslaganja ispitanika s nekom tvrdnjom ili njegov stav prema određenoj tvrdnji od apsolutno pozitivnog prema apsolutno negativnom stavu prema određenoj tvrdnji. Takva se skala koristi prilikom istraživanja koja u sebi sadrže anketu za prikupljanje podataka. Skalu je osmislio *Rensis Likert* te ju je opisao u svom radu „Tehnika mjerenja stavova“ 1932. godine. Likertova skala koja se nalazi u anketi sadrži četiri stupnja slaganja:

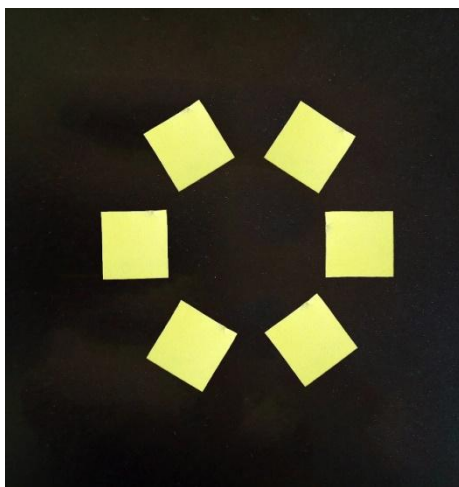
- 1 - u potpunosti mi se sviđa
- 2 - sviđa mi se
- 3 - ne sviđa mi se
- 4 – u potpunosti mi se ne sviđa

te je na taj način ispitanik mogao izraziti svoje sviđanje za određenu fotografiju. Nakon što je ispitano 52 ispitanika napravile su se proračunske tablice uz pomoć *Microsoftovog Excel-a 2013*.

3.3 Dizajn uzoraka

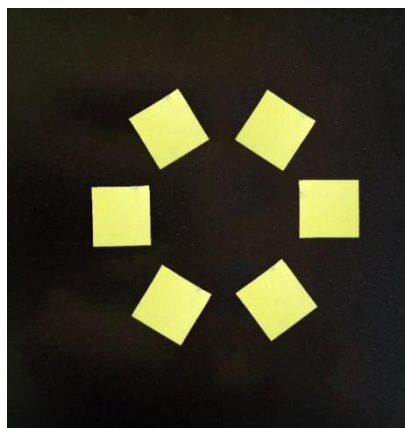
Prva skupina fotografija kojima je zajednička simetrija rotacije se nalazi na početku ankete koju su ispitanici trebali ocijeniti.

Slučaj 1. Kvadratići za simetrični slučaj su postavljeni tako da su se rotiraju za 60 stupnjeva oko zamišljene točke S koja je centar (slika 12.).



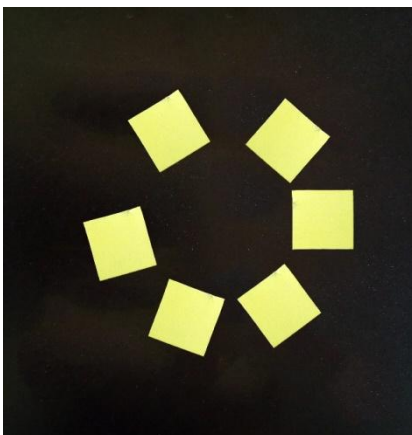
Slika 12 Fotografija simetrično raspoređenih elemenata u simetriji rotacije

Slučaj 2. U slučaju u kojem element ima malo odstupanje, krajnji desni kvadratić odstupa za 2 milimetara u desno, dok ostali kvadratići ostaju na svojim pozicijama kako je to bilo zadano u simetričnom slučaju (slika 13.).



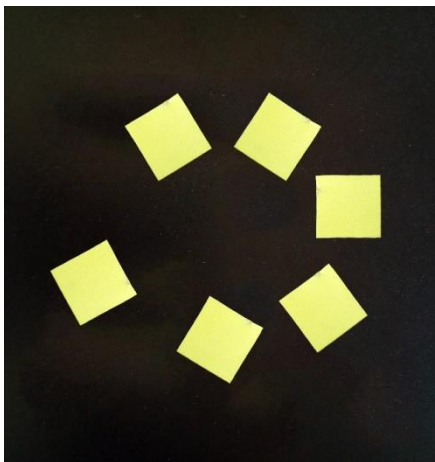
Slika 13 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju od simetrije u simetriji rotacije

Slučaj 3. U slučaju gdje se odvija vidno odstupanje svi kvadratići osim zadnjeg (šestog) su pomaknuti u raznim smjerovima za par milimetara te na taj način vidno odstupaju od zadane simetrije (slika 14.).



Slika 14 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju od simetrije u simetriji rotacije

Slučaj 4. Na koncu dolazi asimetrija koja nije ni na zamišljenom krugu niti su elementi poslagani po nekom redu (slika 15.).



Slika 15 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u simetriji rotacije

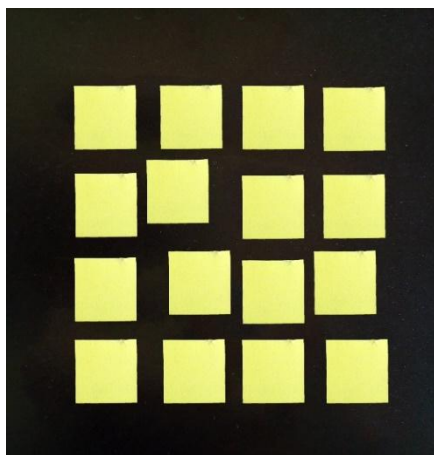
Drugoj skupini fotografija je zajednička simetrija translacije, kod njih su elementi postavljeni na sljedeći način:

Slučaj 5. Slika 16 je asimetrična, dakle svi elementi na njoj nemaju nikakvog reda po kojem su posloženi. Postavljeni su nasumično jer je fotograf tako želio.



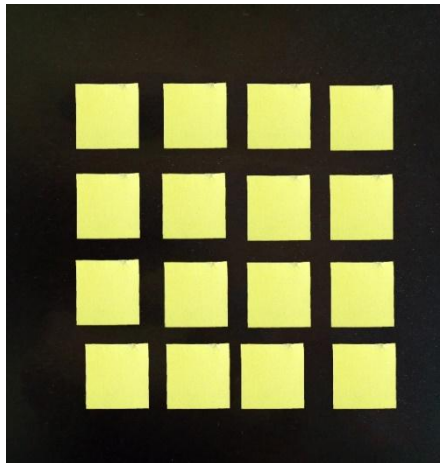
Slika 16 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u simetriji translacije

Slučaj 6. Slika 17 ima veliko odstupanje od simetrije gdje su pojedini elementi vidno odstupaju od pravila simetrije.



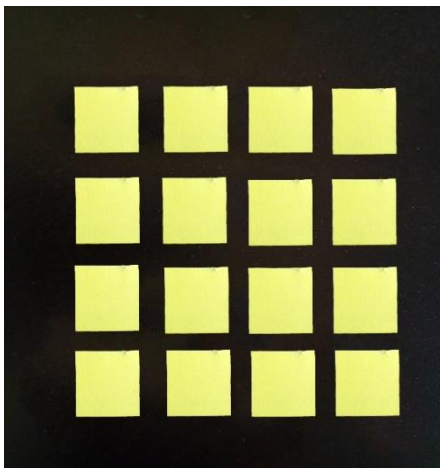
Slika 17 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju od simetrije u simetriji translacije

Slučaj 7. Na fotografiji II.C kvadratić u prvom stupcu i zadnjem redu za svega nekoliko milimetara odstupaju od simetrije (slika 18.).



Slika 18 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju od simetrije u simetriji translacije

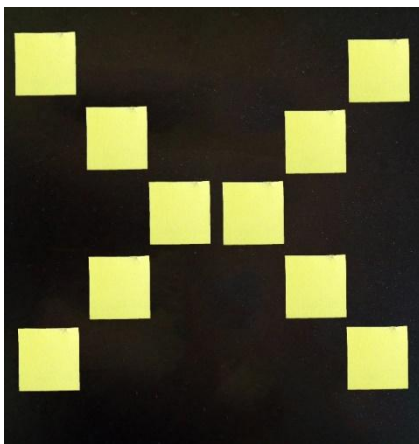
Slučaj 8. Na kraju je fotografija II.D koja je u potpunosti simetrična, jer ju čine 16 kvadratića koji su jednako udaljeni jedan od drugog, uz to su raspoređeni u 4 redaka i 4 stupca, te na taj način tvore simetriju translacije. Uz to primjećuje se da se može uočiti i osna simetrija (slika 19.).



Slika 19 Fotografija u kojoj su elementi simetrični u simetriji translacije

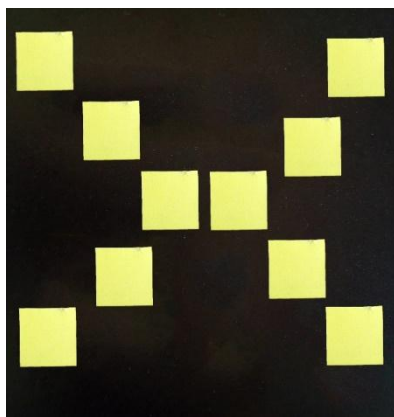
Trećoj je skupini fotografija zajednička zrcalna simetrija. Kvadratići na tim fotografijama su jednako udaljeni jedan od drugog, te najčešće mislimo na ovu simetriju kada spomenemo samu riječ simetrija.

Slučaj 9. Prva fotografija kod ove skupine (slika 20.) je simetrična po svim svojim pravilima. Kad se uzme zamišljena os simetrije vidi se da se savršeno preklapaju jedna i druga strana.



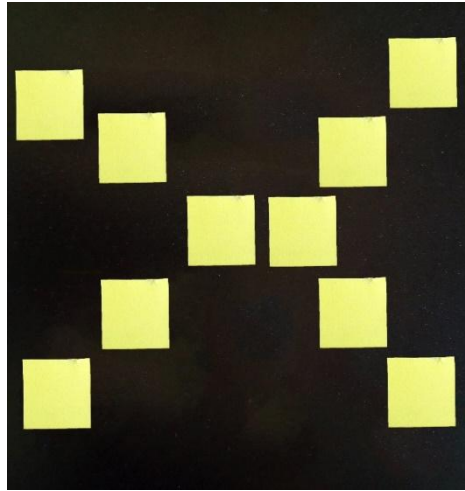
Slika 20 Fotografija u kojoj su elementi simetrični u zrcalnoj simetriji

Slučaj 10. Druga fotografija (slika 21.) ima malo odstupanje, gdje su 2 kvadrata pomaknuta za 2 milimetra prema dnu fotografije, dok su ostali elementi na svojim mjestima.



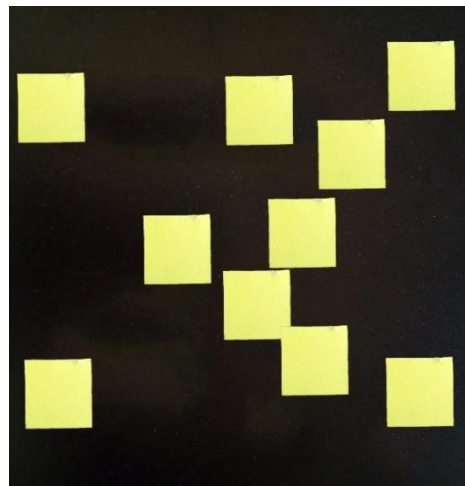
Slika 21 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju u zrcalnoj simetriji

Slučaj 11. Treća fotografija (slika 22.) ima vidno odstupanje gdje je više elemenata pomaknuto.



Slika 22 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju u zrcalnoj simetriji

Slučaj 12. Četvrta fotografija (slika 23.) je potpuno asimetrična i odstupa od pravila simetrije.



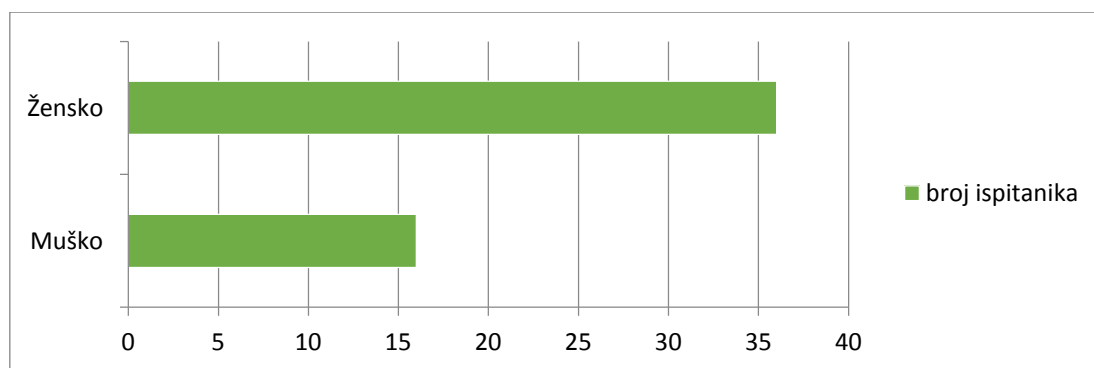
Slika 23 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u zrcalnoj simetriji

4 REZULTATI I RASPRAVA

U ovom poglavlju dani su prikazi rezultata vizualnog eksperimenta kao i rezultati statističke analize dobivenih podataka.

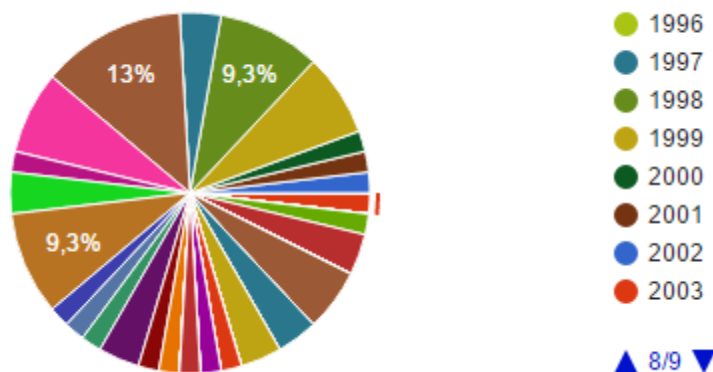
4.1 Rezultati eksperimenta

Rezultati eksperimenta pokazali su da je od 52 ispitanika 38 bilo ženskih, a 16 muških (slika 24.).



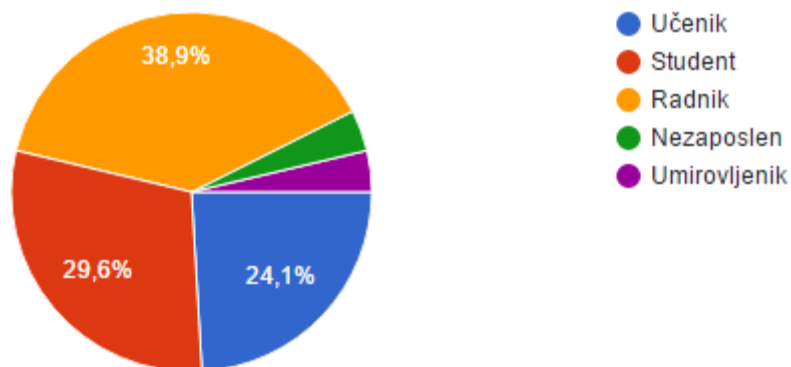
Slika 24 Prikaz spola

Najčešće su rješavali ispitanici koji su 1995. godište (slika 25.), nakon toga su ih slijedili ispitanici koji su bili 1998. i 1991. godište. Najstariji ispitanik je 1941. godište, dok je najmlađi 2002. godište.



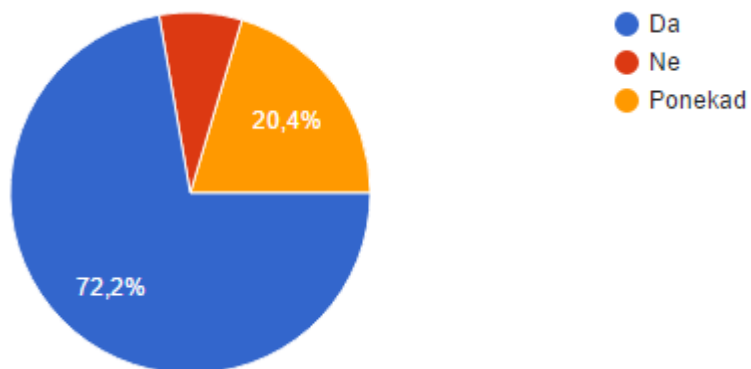
Slika 25 Prikaz godišta

Po socijalnom statusu u društvu najviše je bilo radnika njih 20, nakon toga su ih slijedili studenti njih 16 (slika 26.).



Slika 26 Prikaz statusa

Od 52 ispitanika njih 37 preferira red više od nereda dok ih 4 ne preferira, a njih 11 preferira ponekad (slika 27.).

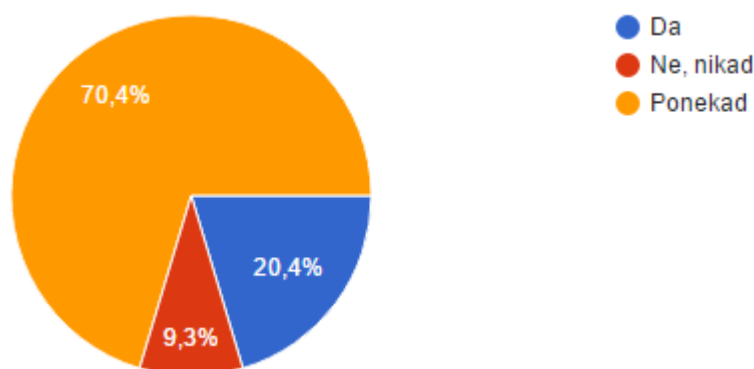


Slika 27 Odgovori na pitanje „U svakodnevnom životu preferirate li više red od nereda?”

Na pitanje „Što je simetrija?“ ispitanici su dali odgovore:

- „Simetrija označava geometrijsko preslikavanje oblika“
- „Nešto potpuno identično, kao odraz u ogledalu.“
- „Kada se nešto naizgled različito može poklopiti“
- „Sklad“

Na pitanje preferiraju li simetriju u svakodnevnom životu njih 37 ih je odgovorilo ponekad, 10 da ju ne preferira, a sedmero je odgovorilo da ju preferira (slika 28.).



Slika 28 Odgovori na pitanje „Preferirate li simetriju u svakodnevnom životu?“

4.2 Statistička analiza

Napravljena je statistička analiza svih podataka dobivenih provedenim vizualnim eksperimentom. Spomenuta analiza načinjena je u programu STATISTICA 12 (StatSoft, Tulsa, USA). Sastoji se od izračuna deskriptivnih parametara uzorka, prikaza rezultata Kolmogorov-Smirnovljevog testa kojim je ispitana usklađenost eksperimentalnih podataka sa zakonom normalne razdiobe. Kako podaci nisu bili usklađeni sa zakonom normalne razdiobe načinjena je neparametrijska Friedmann ANOVA analiza za zavisne uzorke s ponovljenim mjerenjima koja je ukazala na postojanje statistički značajnih razlika među aritmetičkim sredinama rangova promatranih varijabli ($p < 0,05$). Na kraju je izvršena post-

hoc analiza koja je uključivala identifikaciju parova čije aritmetičke sredine se međusobno razlikuju pomoću Wilcoxonovog testa uređenih parova ($p < 0,05$).

Kao mjera kvalitete i -te testne fotografije ($\bar{F}_i, i = 1, \dots, 4$) uzeta je aritmetička sredina svih 52 ocjena (dodijeljenih rangova po Likertovoj skali), u oznaci $R_{ij}, i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, 52$ koje su pojedinoj fotografiji dali svi ispitanici (njih 52):

$$\bar{F}_i = \frac{\sum_{j=1}^{52} R_{ij}}{52} \quad [f1]$$

4.2.1 Evaluacija vizualne kvalitete simetrije rotacije

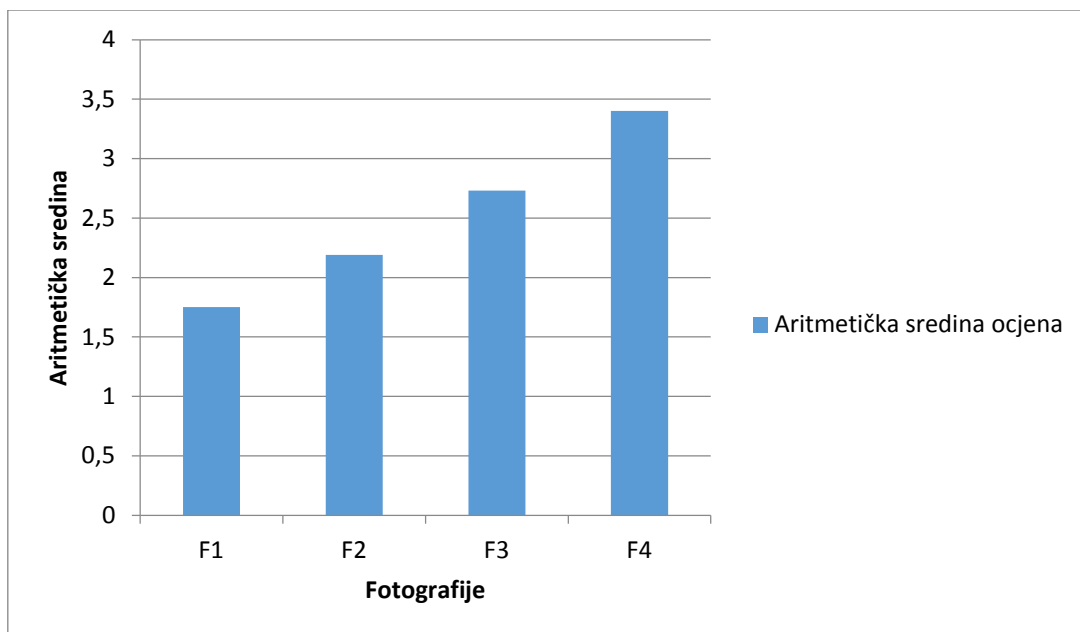
U ovom poglavlju prikazani su rezultati statističke analize rezultata vizualnog eksperimenta za evaluaciju vizualne kvalitete pravila simetrije rotacije. Deskriptivna statistička analiza podataka dobivenih eksperimentom prikazana je tablicom 1.

Tablica 1 Deskriptivna statistička analiza simetrije rotacije

Fotografije	$\mu \pm \sigma$	Med	Min	Max	Var
F₁	1,75±1,06	1	1	4	1,13
F₂	2,19±0,86	2	1	4	0,75
F₃	2,73±0,74	3	1	4	0,55
F₄	3,40±1,16	4	1	4	1,34

U kojoj je deskriptivna statistika (aritmetička sredina ± standardna devijacija ($\mu \pm \sigma$), median (Med), minimum (Min), maksimum (Max), varijanca (Var) .

Sve fotografije dobile su najmanju i najveću ocjenu sa Likertove skale (tablica 1.). Uočene su relativno male vrijednosti varijanci što potvrđuje kvalitetu dobivenih podataka. Aritmetička sredina je prikazana grafičkim prikazom (slika 29) koji pokazuje sve ocjene koje su dodjeljene svakoj fotografiji.



Slika 29 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod simetrije rotacije

Nadalje, provjerena je usklađenost svih podataka sa zakonom normalne razdiobe. U tu svrhu primijenjen je Kolmogorov-Smirnovljev test čiji rezultati su prikazani tablicom 2.

Tablica 2 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska p-vrijednost)

Fotografije	Max D	p
F₁	0,34	p<0,01
F₂	0,22	p<0,05
F₃	0,31	p<0,01
F₄	0,47	p<0,01

Kolmogorov-Smirnovljevim testom pokazano je da niti jedna fotografija nije usklađena sa zakonom normalne razdiobe (tablica 2.). Rezultat je očekivan obzirom da su promatrani rangovi vizualne procjene 4 različite fotografije.

Obzirom da varijable nisu usklađene s zakonom normalne razdiobe, provedena je Friedmann ANOVA analiza za zavisne uzorke s ponovljenim mjerenjima. Spomenutom

analizom su se analizirale razlike među aritmetičkim sredinama ocjena s Likertove skale za sve 4 testirane fotografije. Precizno, testirana je nulta hipoteza

$$H_0: \bar{F}_1 = \bar{F}_2 = \bar{F}_3 = \bar{F}_4 \text{ [f2]}$$

nasuprot alternativnoj hipotezi:

$$H_a: \text{postoji barem jedan par } i, j \text{ takav da je } i \neq j, i, j = 1, \dots, 4, \text{ za koji je } \bar{F}_i \neq \bar{F}_j.$$

Utvrđeno je da ANOVA hi-kvadrat iznosi $\chi^2_{52} = 49,08$ uz statističku značajnost Friedmannovog testa koja iznosi $p=0,0000$. Prethodni pokazatelji jasno pokazuju da postoje statistički značajne razlike među aritmetičkim sredinama ocjena testiranih fotografija. Precizno, nultu hipotezu H_0 potrebno je odbaciti, u korist alternativnoj hipotezi H_a .

Nadalje, provedena je dodatna statistička analiza s ciljem identifikacije varijabli čije aritmetičke sredine se statistički značajno razlikuju. U tu svrhu provedeni su Wilcoxonovi testovi usporedbe parova uzoraka, za zavisne uzorke. Rezultati testova dani su tablicom 3 koja sadrži T-vrijednost te statističku značajnost Wilcoxonovog testa (p).

Tablica 3 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)

Fotografije	F₁	F₂	F₃
F₂	T=292,50 p=0,011095	-	-
F₃	T=262,00 p=0,000171	T=351,00 p=0,009290	-
F₄	T=216,00 p=0,000080	T=245,0000 p=0,000151	T=180,00 p=0,000139

Dobiveni koeficijenti ukazuju na postojanje statistički značajnih razlika među svim parovima promatranih aritmetičkih sredina (tablica 3.) uz nivo značajnosti $p<0,05$.

Iz toga možemo zaključiti da se ispitanicima najviše svidjela prva fotografija koja je u potpunosti simetrična. Aritmetička sredina ocjena s Likertove skale svih ispitanika iznosi 1,75 dok medijan iznosi 1 iz čega zaključujemo da je odnos sviđanja veći u odnosu na druge (tablica 1.). Nakon toga ide fotografija koja ima blago odstupanje od zakona simetrije gdje aritmetička sredina iznosi 2,19 a medijan 2 pa ju prate fotografija s velikim odstupanjem s aritmetičkom sredinom iznosa 2,73 s medijanom iznosa 3 i na kraju asimetrična fotografija koja se ispitanicima nije svidjela s aritmetičkom sredinom od 3,40 i medijanom koji iznosi 4. Drugoj i trećoj fotografiji su dane „slične ocjene“, najvjerojatnije jer se ispitanici nisu mogli odlučiti koja im je ljepša, a koja nije. Ispitanici nisu znali koja fotografija zastupa određenu simetričnost, te su se na taj način pojavile ocjene koje su slične, ali nisu iste. Očekivano vidimo da se u simetriji rotacije najviše preferiraju simetrični oblici. Mnogo je teorija o tome zašto je to tako, tako jedna govori o tom da ljude u gradovima (eksperiment je proveden u gradovima) najčešće okružuju pravilniji oblici (ima i iznimaka), kao zgrade, kuće, prozori, te su ljudi naviknuti na takve oblike i te zbog toga preferiraju simetriju.

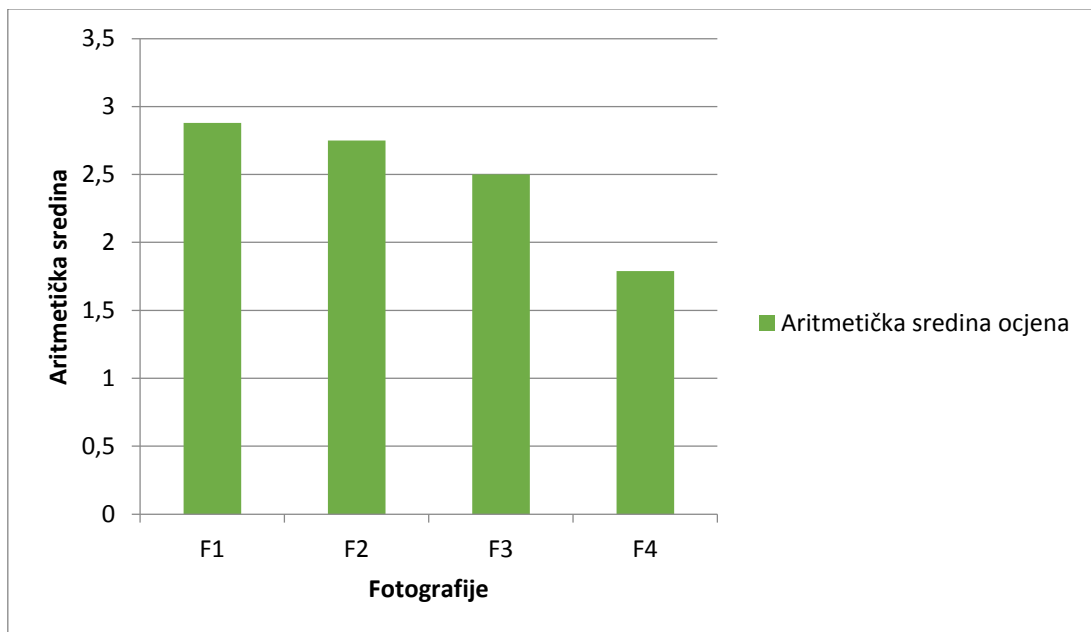
4.2.2 Evaluacija vizualne kvalitete simetrije translacije

U nastavku su prezentirani rezultati deskriptivne statistike podataka dobivenih eksperimentom koji se odnosio na simetriju translacije. Rezultati su prikazani tablicom 4 u kojoj je deskriptivna statistika (aritmetička sredina \pm standardna devijacija ($\mu \pm \sigma$), median (Med), minimum (Min), maksimum (Max), varijanca (Var) .

Tablica 4 Deskriptivna statistika podataka simetrije transacije

Fotografije	$\mu \pm \sigma$	Med	Min	Max	Var
F₁	2,88 \pm 1,31	4	1	4	1,71
F₂	2,75 \pm 0,71	3	1	4	0,50
F₃	2,50 \pm 0,67	2	2	4	0,45
F₄	1,79 \pm 1,24	1	1	4	1,54

Sve fotografije osim fotografije F₃ dobile su najveću i najnižu ocjenu s Likertove skale (tablica 4.). Fotografiju F₃ niti jedan ispitanik nije rangirao najvišom ocjenom 1. Slika 30 daje vjeran grafički prikaz aritmetičke sredine ocjena koje su dane fotografijama.



Slika 30 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod simetrije translacije

Nadalje, provjerena je usklađenost svih podataka sa zakonom normalne razdiobe. U tu svrhu primijenjen je Kolmogorov-Smirnovljev test čiji rezultati su prikazani tablicom 5.

Tablica 5 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska p-vrijednost)

Fotografije	Max D	p
F ₁	0,32	p<0,01
F ₂	0,31	p<0,01
F ₃	0,37	p<0,01
F ₄	0,41	p<0,01

Niti jedna fotografija nije usklađena sa zakonom normalne razdiobe (tablica 5.), što je utvrđeno Kolmogorov-Smirnovljevim testom.

Stoga je provedena Friedmann ANOVA analiza za zavisne uzorke s ponovljenim mjerenjima. Spomenutom analizom testirano je postojanje statistički značajnih razlika među aritmetičkim sredinama ocjena sve 4 testirane fotografije.

Provedena analiza pokazuje da Friedmannov ANOVA hi-kvadrat iznosi $\chi^2_{52} = 26,11$ uz empirijsku vrijednost statističke značajnosti Friedmannovog testa koja iznosi $p=0,00001$. Ovim je pokazano postojanje statistički značajnih razlika među aritmetičkim sredinama Likertovih ocjena testiranih fotografija.

Nadalje, provedeni su Wilcoxonovi testovi usporedbe parova uzoraka. Rezultati Wilcoxonovih testova prikazani su tablicom 6. Tablica sadrži T-vrijednost te statističku značajnost Wilcoxonovog testa (p).

Tablica 6 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)

Fotografije	F₁	F₂	F₃
F₂	T=483,00 p=0,391360	-	-
F₃	T=494,00 p=0,165978	T=387,50 p=0,142273	-
F₄	T=320,50 p=0,006077	T=332,00 p=0,001918	T=257,50 p=0,000700

Dobiveni koeficijenti ukazuju na postojanje statistički značajnih razlika između fotografije F₄ i svih ostalih fotografija (tablica 3.) uz nivo značajnosti $p<0,05$. Nadalje, između aritmetičkih sredina fotografija F₁, F₂ i F₃ ne postoje statistički značajne razlike.

Uviđamo da se ispitanicima s estetskog pristupa i promatranja najviše sviđa fotografija koja je simetrična čija aritmetička sredina svih ocjena s Likertove skale iznosi 1,79 sa medijanom od 1. Nakon toga a u istoj grupi u kojoj nisu uočene statistički značajne razlike, nalazi se fotografija s blagim odstupanjem od zakona simetrije translacije s aritmetičkom

sredinom od 2,50 i medijanom iznosa 2 , pa sa velikim odstupanjem od 2,5 i medijanom 3 te na koncu imamo fotografiju čiji su elementi asimetrični s aritmetičkom sredinom od 2,88 i medijanom koji iznosi 4. Rezultati koji su dobiveni prethodno navedenim statističkim metodama ne ukazuju na velike razlike među fotografijama koje odstupaju od zakona simetrije, sve je jako blizu jedno drugome. Dakle ne postoji ni jedna fotografija među onima koje odstupaju od zakona simetrije koja se ispitanicima posebno svidjela, te koju bi ispitanici ocjenom izdvojili od drugih. Razlog tome se može pretpostaviti, a to je jednoličnost raspoređenih elemenata na fotografiji.

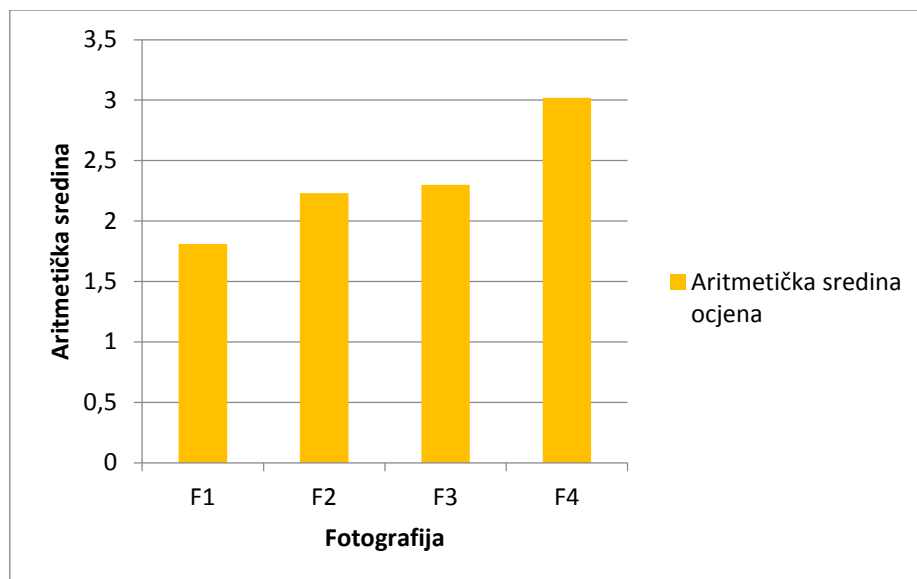
4.2.3 Evaluacija vizualne kvalitete zrcalne simetrije

S ciljem evaluacije vizualne kvalitete zrcalne simetrije načinjena je deskriptivna statistička analiza svih podataka koji su prikupljeni eksperimentom. Deskriptivna statistika prikazana je tablicom 7.

Tablica 7 Deskriptivna statistička analiza zrcane simetrije

Fotografije	$\mu \pm \sigma$	Med	Min	Max	Var
F ₁	1,81±1,25	1	1	4	1,57
F ₂	2,23±0,76	2	1	4	0,57
F ₃	2,73±0,84	3	1	4	0,71
F ₄	3,02±1,34	4	1	4	1,78

Rasponi između minimuma i maksimuma su kod svih fotografija maksimalni te obuhvaćaju raspone od najniže do najviše ocjene iz Likertove skale. Slika 31 daje grafički prikaz aritmetičke sredine svih rangova koji su dodjeljeni svakoj pojedinoj fotografiji zrcalne simetrije.



Slika 31 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod zrcalne simetrije

Nadalje, usklađenost svih podataka sa zakonom normalne razdiobe testirana je pomoću Kolmogorov-Smirnovljevog testa.

Tablica 8 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska p- vrijednost)

Fotografije	Max D	p
F₁	0,39	p<0,01
F₂	0,27	p<0,01
F₃	0,30	p<0,01
F₄	0,384	p<0,01

Utvrđeno je da niti jedna fotografija nije usklađena sa zakonom normalne razdiobe (tablica 8.). Dobiveni rezultat povezan je s prirodom provedenog eksperimenta u kojem su dodjeljivani rangovi.

Stoga je primijenjena neparametrijska Friedmann ANOVA analiza za zavisne uzorke s ponovljenim mjerenjima. Spomenutom analizom su se analizirale razlike među aritmetičkim sredinama Likertovih ocjena sve 4 testirane fotografije.

Prethodno spomenuta analiza dala je ANOVA hi-kvadrat iznosa $\chi^2_{52} = 26,90$ uz statističku značajnost samog testa koja iznosi $p=0,00001$ što nedvojbeno ukazuje da postoje statistički značajne razlike među aritmetičkim sredinama ocjena testiranih fotografija.

Post-hoc statistička analiza s ciljem identifikacije varijabli čije aritmetičke sredine se statistički značajno razlikuju uključivala je Wilcoxonove testove usporedbe parova uzoraka, za zavisne uzorke. Rezultati provedenih Wilcoxonovih testova dani su tablicom 3 koja sadrži T-vrijednost te statističku značajnost Wilcoxonovog testa (p).

Tablica 9 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)

Fotografije	F₁	F₂	F₃
F₂	T=304,00 p=0,015958	-	-
F₃	T=321,00 p=0,003736	T=405,00 p=0,015591	-
F₄	T=303,50 p=0,002114	T=338,00 p=0,003839	T=433,50 p=0,113050

Dobiveni koeficijenti ukazuju na postojanje statistički značajnih razlika između svih parova fotografija (tablica 3.) uz nivo značajnosti $p<0,05$. Jedinu iznimku predstavljaju aritmetičke sredine fotografija F₃ i F₄ između kojih ne postoje statistički značajne razlike.

Iz ove analize očekivano možemo zaključiti da se fotografija sa zrcalno simetrično raspoređenim elementima u kojoj je aritmetička sredina 1,81 a medijan iznosi 1 najviše svidjela ispitanicima. Utvrđeno je i da ne postoje statistički značajne razlike između aritmetičkih sredina ocjena iz Likertove skale fotografije sa simetrično raspoređenim

elementima i fotografije čiji raspored elemenata blago odudara od zakona simetrije čija je aritmetička sredina 2,23, a medijan 2. Fotografija s velikim odstupanjima od zakona simetrije imala je prosjek ocjena iznosa 2,73 s medijanom iznosa 2. Najlošije je ocijenjena asimetrična fotografija prosječnom ocjenom 3,02 i medijanom 4. Zrcalna je simetrija ona koja nas okružuje, u prirodi kraj mirnog jezera vidimo presliku planine onakvu kakva je u stvarnosti u toj vodi, nema blagih ili većih odstupanja, zato je možda to jedna od teorija koja odgovara na pitanje zašto se ispitanicima opet najviše svidjela simetrična fotografija, unatoč tome što nisu znali kako su elementi posloženi.

5 ZAKLJUČAK

Provedenim istraživanjem je pokazano da većina ispitanika koji su učestvovala u istraživanju unaprijed preferiraju simetriju te su više skloni redu nego neredu. Stoga je bilo očekivano da će rezultati pokazati da im se simetrični oblici sviđaju više od drugih. U radu su evaluirane tri različite vrste simetrije: rotacija, translacija i zrcalna simetrija. Testirane su četiri fotografije za svaku vrstu simetrija a u istraživanju su učestvovala 52 ispitanika. Na prvoj fotografiji elementi su bili posloženi potpuno simetrično, na drugoj su blago odstupali od simetrije, na trećoj su jako odstupali od simetrije i na četvrtoj su bili asimetrični. Testiranje je pokazalo da su promatračima koji su koristili Likertovu skalu vizualno najprihvatljiviji simetrični oblici, i to za sve tri vrste simetrija. U sva tri slučaja provedena je neparametrijska Friedmannova ANOVA s ponovljenim mjerenjima za zavisne uzorke te su naknadno provedeni i Wilcoxonovi testovi. Utvrđeno je postojanje statistički značajnih razlika među aritmetičkim sredinama rangova testnih fotografija ($p < 0,05$) i to za sve tri vrste simetrija. U sva tri slučaja najkvalitetnijima su se pokazali simetrični oblici čije aritmetičke sredine svih dodijeljenih ocjena pokazuju statistički značajne razlike u odnosu na oblike koji odstupaju od zakonitosti simetrija ($p < 0,05$).

Takav je ishod eksperimenta bio je i očekivan jer su brojne stvari koje nas okružuju, poput prozora na kućama, stolova, zrcala, napravljene s ciljem da ljudima budu od koristi ali i da im se sviđaju odnosno da zadovolje njihove estetske preferencije te da se osjećaju ugodno što borave u prostorima ispunjenima simetričnim predmetima. Naime simetrija uvijek ostavlja dojam harmonije i sklada što također razlog zbog kojega su ispitanici uglavnom izabirali simetrične oblike.

6 LITERATURA

- [1] Hermann Weyl (1980) *Symmetry*, New-Yersey: Princeton University Press
- [2] <http://fotoklub-cakovec.hr/wp/2012/03/geometricnost-fotografije-iii> (pristupljeno 5.7.2016)
- [3] <http://dizajn.hr/blog/graficki-dizajn/> (pristupljeno 5.7.2016)
- [4] <http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=36507> (pristupljeno 22.7.2016)
- [5] Pipels Alan (2003) *Fondations of Art an Design*, Laurence Kong Publising
- [6] Farmer David W. (1991). *Grups and Symmetry: A Guide to Discovering Mathematics*, Rhode Ireland: American Mathematical Society
- [7] Kahnweiler D. H., *Juan Gris: His Life and Work*, Curt Valentin, New York, 1947.
- [8] <http://symmetry-us.com> (pristupljeno 6.8.2016)
- [9] Elezović Neven (2008) *Slučajne varijable*, Element, Zagreb
- [10] Hadživuković Stevan (1979) *Statistika*, Rad, Beograd
- [11] Šošić Ivan (2004) *Primijenjena statistika*, Školska knjiga, Zagreb

6.1 Popis formula

[f1-f2] <http://mathworks.com> (pristupljeno 6.8.2016)

6.2 Popis fotografija

Slika 1: Prikaz zrcalne simetrije

Slika 2: Prikaz osne simetrije

Slika 3 Prikaz centralne simetrije

Slika 4 Prikaz simetrije rotacije

Slika 5 Prikaz simetrije translacije

Slika 6 skulptura „Kopljonoša“ iz antičke grčke

Slika 7 Leonardo da Vinci crtež „Vitruvijev čovjek“

Slika 8 Juan Gris „Žena koja nosi košaru“

Slika 9 Prikaz dvije prometnice koje se sijeku te na taj način tvore simetričan oblik

Slika 10 Ilustracija koja prikazuje a) simetričnost i b) asimetričnost

Slika 11 Fotografija pahulje snijega

Slika 12 Fotografija simetrično raspoređenih elemenata u simetriji rotacije

Slika 13 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju od simetrije u simetriji rotacije

Slika 14 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju od simetrije u simetriji rotacije

Slika 15 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u simetriji rotacije

Slika 16 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u simetriji translacije

Slika 17 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju od simetrije u simetriji translacije

Slika 18 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju od simetrije u simetriji translacije

Slika 19 Fotografija u kojoj su elementi simetrični u simetriji translacije

Slika 20 Fotografija u kojoj su elementi simetrični u zrcalnoj simetriji

Slika 21 Fotografija u kojoj elementi malo odstupaju u zrcalnoj simetriji

Slika 22 Fotografija u kojoj elementi jako odstupaju u zrcalnoj simetriji

Slika 23 Fotografija u kojoj su elementi asimetrični u zrcalnoj simetriji

Slika 24 Prikaz spola

Slika 25 Prikaz godišta

Slika 26 Prikaz statusa

Slika 27 Odgovori na pitanje „U svakodnevnom životu preferirate li više red od nereda?“

Slika 28 Odgovori na pitanje „Preferirate li simetriju u svakodnevnom životu?“

Slika 29 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod simetrije rotacije

Slika 30 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod simetrije translacije

Slika 31 Prikaz aritmetičkih sredina svake fotografije kod zrcalne simetrije

6.3 Popis tablica

Tablica 1 Deskriptivna statistička analiza simetrije rotacije

Tablica 2 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska p-vrijednost)

Tablica 3 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)

Tablica 4 Deskriptivna statistika podataka simetrije transakcije

Tablica 5 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska p-vrijednost)

Tablica 6 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)

Tablica 7 Deskriptivna statistička analiza zrcane simetrije

Tablica 8 Rezultati Kolmogorov-Smirnovljevog testa (statistika Max D, empirijska

Tablica 9 Rezultati Wilcoxonovih testova (statistika T, pripadna p-vrijednost)